Liceo N° 1 de Santiago Javiera Carrera
Departamento de Matemática
3° medio diferencial Límites, Derivadas e Integrales
Profesor René Lillo Mondaca

Retroalimentación

Plan diferencial 3° medio
Conceptos previos: **Factorización**

A continuación se presentan los desarrollos de ejercicios representativos por cada ítem de la guía de Factorización:

- Ítem I, ejercicio 8:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{9a^5b-12a^2b^3+15ab^2-18a^3b^4} &= 3ab\cdot 3a^4-3ab\cdot 4ab^2+3ab\cdot 5b-3ab\cdot 6a^2b^2\\ &= 3ab(3a^4-4ab^2+5b-6a^2b^2)\end{aligned}$$

Para determinar el factor común:

a. Calculamos el máximo común divisor entre 9, 12, 15 y 18 de donde obtenemos el coeficiente numérico del factor común.

$$\left.\begin{array}{c}9=3^2\\12=2^2\cdot 3\\15=3\cdot 5\\18=2\cdot 3^2\end{array}\right\}\ MCD=3$$

b. Calculamos el factor literal respondiendo a la pregunta: ¿Qué factores literales son comunes en todos los términos de la expresión algebraica? ¿cuáles son los menores exponentes respectivos de los factores literales comunes? En efecto, la respuesta es $\boldsymbol{ab}$**.**

- Ítem II, ejercicio 13:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{3bz-by-9mz+3my} &= b\cdot 3z-b\cdot y-3m\cdot 3z+3m\cdot y\\ &= b(3z-y)-3m(3z-y)\\ &= (3z-y)(b-3m)\end{aligned}$$

En primer lugar, factorizamos en el primer y segundo término por el factor literal $\boldsymbol{b}$, Luego, en el tercer y cuarto término factorizamos por $\boldsymbol{-3m}$. En el siguiente paso, factorizamos por el factor común $(\boldsymbol{3z-y})$**.**

- Ítem III, ejercicio 12:

$$\boldsymbol{16a^4b^6-c^6}=(4a^2b^3+c^3)(4a^2b^3-c^3)$$

Debemos aplicar directamente la fórmula $\boldsymbol{m^2-n^2}=(\boldsymbol{m+n})(\boldsymbol{m-n})$ donde m y n corresponden respectivamente a las raíces del primer y segundo término de $\boldsymbol{16a^4b^6-c^6}$, esto es, $4a^2b^3$ y c^3.

- Ítem IV, ejercicio 7:

$$\mathbf{36+121c^2-132c} = 121c^2-132c+36$$
$$= \left(11c-\ 6\right)^2$$

En el primer paso reordenamos términos para evidenciar la pertinencia de la fórmula $\boldsymbol{a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2}$, donde $a^2 = 121c^2$ y $b^2 = 36$. Luego, calculamos a y b para formar el cuadrado del binomio correspondiente. Es importante verificar que $-2ab = -132c$.

- Ítem V, ejercicio 11:

$$\boldsymbol{x^2-5x+4} = \left(x+\ m\right)\left(x+n\right)$$

$$\text{Donde: } \left.\begin{matrix} m\cdot n = 4 \\ m+n=-5 \end{matrix}\right\} m=-1; n=-4$$

Luego,

$$\boldsymbol{x^2-5x+4} = \left(x-1\right)\left(x-4\right)$$

En este ejercicio aplicamos el producto notable:

$$\boldsymbol{x^2+(m+n)x+m\cdot n = \left(x+\ m\right)\left(x+n\right)}$$

- Ítem VI, ejercicio 13:

$$\boldsymbol{6y^4+5y^2-6} = \frac{6(6y^4+5y^2-6)}{6}$$
$$= \frac{6\cdot 6y^4+6\cdot 5y^2-6\cdot 6}{6}$$
$$= \frac{(6y^2)^2+5\cdot(6y^2)-36}{6}$$
$$= \frac{(6y^2+9)(6y^2-4)}{6}$$
$$= \frac{3(2y^2+3)\cdot 2(3y^2-2)}{2\cdot 3}$$
$$= (2y^2+3)(3y^2-2)$$

A continuación se describen cada uno de los pasos anteriores: multiplicamos por un 1 "conveniente", este es 6/6 ya que 6 es el coeficiente principal; desarrollamos el numerador de la expresión; expresamos de la forma

$$x^2+5x-36$$

Donde $x = 6y^2$; factorizamos aplicando el producto notable $x^2 + (m+n)x + m \cdot n = \left(x + \ m\right)\left(x + n\right)$; factorizamos por 3 y 2; finalmente cancelamos factores comunes entre numerador y denominador.

- Ítem VII, ejercicio 7:

$$\begin{aligned} \mathbf{512 - 27a^9} &= (8-3a^3)(8^2 + 8 \cdot 3a^3 + (3a^3)^2) \\ &= (8-3a^3)(64 + 24a^3 + 9a^6) \end{aligned}$$

En esta factorización empleamos el siguiente producto notable:

$$\boldsymbol{m^3 - n^3 = (m-n)(m^2 + \mathrm{m}n + n^2)}$$

Donde m^3 sería 512, y $n^3 = 27a^9$. Luego, se debe calcular las raíces cúbicas de estos términos para obtener: $m = 8$ y $n = 3a^3$.

❖ Soluciones

I. Factor común:

1) $a(a+1)$
2) $a^3b(b-2)$
3) $a^2(a^2+a-1)$
4) $6x^4(3x+5)$
5) $12x^2(4-x-2x^2)$
6) $5b^2(5+7b^2-9b^3)$
7) $11a(x-11ax+3a^2)$
8) $3ab(3a^4-4ab^2+5b-6a^2b^3)$
9) $3(3x^2+2x+1)$
10) $4x^2(x^2-2x+3)$
11) $2x(3x-1)^2(x+3)$
12) $3(x+1)(2-x)$
13) $x(x+2)(x-1)$

II. Factor común por agrupación de términos:

1) $(m+n)(m+x)$
2) $(x^2+1)(3x-1)$
3) $(x+y)(a-b)$
4) $(y-3a)(2y^2-1)$
5) $(a-2b)(m-3n)$
6) $(a^2-3b)(4x-5y)$
7) $(m^2-3n)(z^2+p^2)$
8) $(5m+n^2)(mn+p^2)$
9) $(3a-2b)(y^4+1)$
10) $(2m+3n)(x^4+5)$
11) $(b-c)(y^2+m^2)$
12) $(x+3)(x^2-5)$
13) $(b-3m)(3z-y)$

III. Diferencias de cuadrados:

1) $(x-1)(x+1)$
2) $(x+7)(x-7)$
3) $(9-x)(x+9)$
4) $(4x-3)(4x+3)$
5) $(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$
6) $(x^2+8)(x^2-8)$
7) $4(5-2x)(5+2x)$
8) $(6x-1)(6x+1)$
9) $(2-5x)(5x+2)$
10) $(2a^2-3bc)(2a^2+3bc)$
11) $(x^3+6)(x^3-6)$
12) $(4a^2b^3+c^3)(4a^2b^3-c^3)$
13) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

IV. Trinomio cuadrado perfecto:

1) $(a+4)^2$
2) $(m-5)^2$
3) $(n-4)^2$
4) $(x-3)^2$
5) $(x+6)^2$
6) $(3a-5)^2$
7) $(11c-6)^2$
8) $(4a+3b)^2$
9) $(2a-5b)^2$
10) $(3a+b)^2$
11) $(2a-3b)^2$
12) $a^2(12x^2a-1)^2$
13) $(10a^2-3b)^2$

V. Trinomios de la forma x^2+bx+c :

1) $(x+2)(x+1)$
2) $(m-6)(m-5)$
3) $(n-4)(n-3)$
4) $(y-8)(y-7)$
5) $(x+6)(x+1)$
6) $(x+4)(x+3)$
7) $(a+6)(a+4)$
8) $(b-5)(b-2)$
9) $(m-5)(m-4)$
10) $(y+3)(y+1)$
11) $(x-4)(x-1)$
12) $(n+4)(n+2)$
13) $(a-18)(a+2)$

VI. Trinomios de la forma ax^2+bx+c :

1) $(5m-2)(m+3)$
2) $(3a+1)(a-2)$
3) $(3y+2)(2y+1)$
4) $(2x-1)(x+2)$
5) $(4n+3)(n+3)$
6) $(4x+1)(5x-1)$
7) $(7a+5)(a-7)$
8) $(y+2)(2y+1)$
9) $(4x+1)(5x+2)$
10) $(3m+2)(5m-6)$
11) $(2z+5)(10z-3)$
12) $(b+10)(2b+9)$
13) $(2y^2+3)(3y^2-2)$

VII.Sumas y diferencias de cubos :

1) $(2x-1)(4x^2+2x+1)$
2) $(x+3)(x^2-3x+9)$
3) $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$
4) $(3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$
5) $(2a+3b^2)(4a^2-6ab^2+9b^4)$
6) $(4a-9)(16a^2+36a+81)$
7) $(8-3a^3)(64+24a^3+9a^6)$
8) $(x^2-2y^4)(x^4+2x^2y^4+4y^8)$
9) $(1-6m)(1+6m+36m^2)$
10) $(a-5)(a^2+5a+25)$
11) $(3m+4n^3)(9m^2-12mn^3+16n^6)$
12) $(7x-8y^2)(49x^2+56xy^2+64y^4)$
13) $(a^2+5b^4)(a^4-5a^2b^4+25b^8)$