



Nombre: ..... Curso: 4° .... Fecha: .....

1) Completar el siguiente cuadro:

Debemos recordar que los números complejos se puede escribir de forma binomial  $z = a + bi$ , o en forma de par ordenado  $z = (a, b)$ . En ambos casos podemos diferenciar la parte real del número complejo:  $\text{Re}(z) = a$  y la parte imaginaria:  $\text{Im}(z) = b$ . Además, tenemos que el conjugado de un número complejo  $z = a + bi$ , corresponde al número complejo que solo varía en el signo de la parte imaginaria de  $z$ , es decir  $\bar{z} = a - bi$ . Por último, consideramos el opuesto del complejo  $z = a + bi$ , como el número complejo que varía en el signo de la parte real y también de la parte imaginaria:  $-z = -a - bi$

| N° complejo z<br>Forma binomial | (a , b)<br>Forma par<br>ordenado | Re(z)         | Im(z)         | $\bar{z}$                    | $-z$                          |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------|---------------|------------------------------|-------------------------------|
| $1 + i$                         | $(1, 1)$                         | 1             | 1             | $1 - i$                      | $-1 - i$                      |
| $-27$                           | $(-27, 0)$                       | -27           | 0             | $-27$                        | 27                            |
| $2 + 6i$                        | $(2, 6)$                         | 2             | 6             | $2 - 6i$                     | $-2 - 6i$                     |
| $7 - \sqrt{3}$                  | $(7, -\sqrt{3})$                 | 7             | $-\sqrt{3}$   | $7 + \sqrt{3}$               | $-7 + \sqrt{3}i$              |
| $4 - 3i$                        | $(4, -3)$                        | 4             | -3            | $4 + 3i$                     | $-4 + 3i$                     |
| $\frac{1}{2}i$                  | $(0, \frac{1}{2})$               | 0             | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}i$              | $-\frac{1}{2}i$               |
| $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}i$    | $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$     | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}i$ | $-\frac{2}{3} - \frac{3}{4}i$ |

2) Encuentra los valores reales de x e y que satisfacen c/u de las siguientes igualdades

Para desarrollar este ítem, debemos tener presente que dos números complejos son iguales, si sus partes reales y sus partes imaginarias son iguales, es decir, los complejos  $z_1 = a + bi$  y  $z_2 = c + di$  son iguales si se cumple que:  $a = c$  y  $b = d$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>c. <math>(1, x + y) = (7x - 5y, 7)</math> por igualdad de números complejos se tiene que:<br/><math>7x - 5y = 1</math> y que <math>x + y = 7</math>, con estas dos ecuaciones podemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones.</p> <div><div><math>7x - 5y = 1</math><br/><math>x + y = 7 \quad / \cdot 5</math></div><div><math>7x - 5y = 1</math><br/><math>5x + 5y = 35</math></div><div><math>12x = 36</math><br/><math>x = 3</math></div><div><math>x + y = 7</math><br/><math>3 + y = 7</math><br/><math>y = 4</math></div></div> | <p>e. <math>(1, 9^{y-5}) = (7^{2x-9}, 27)</math> por igualdad de números complejos se tiene que:<br/><math>7^{2x-9} = 1</math> y que <math>9^{y-5} = 27</math>, ambas ecuaciones son ecuaciones exponenciales, por lo tanto debemos igualar las bases, para poder luego igualar los exponentes:</p> <p><math>7^{2x-9} = 1</math>, como se sabe que <math>7^0 = 1</math>, reemplazamos:<br/><math>7^{2x-9} = 7^0</math>, como las bases son iguales, lo exponentes también lo son, luego:<br/><math>2x - 9 = 0 \rightarrow 2x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{2}</math></p> <p><math>9^{y-5} = 27</math>, debemos igualar las bases, para ello consideramos que <math>9 = 3^2</math> y que <math>27 = 3^3</math>, luego:<br/><math>(3^2)^{y-5} = 3^3</math>, multiplicando los exponentes se tiene:<br/><math>3^{2y-10} = 3^3</math>, como las bases son iguales, lo exponentes también lo son, luego:<br/><math>2y - 10 = 3 \rightarrow 2y = 13 \rightarrow y = \frac{13}{2}</math></p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

3) Dados los números complejos :  $z_1 = (-5, 2)$  ,  $z_2 = (0, 3)$  y  $z_3 = (1, -1)$  encuentra el valor de:

Para desarrollar este ítem, debemos recordar la operatoria de números complejos. Si se tienen los complejos  $z_1 = a + bi$  y  $z_2 = c + di$ , se cumple que:

Adición:  $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

Multiplicación:  $z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>d. <math>z_1 \cdot (z_2 - z_3)</math>, para resolver este ejercicio, debemos primero resolver el paréntesis:</p> <p><math>(z_2 - z_3) = (0,3) - (1, -1)</math><br/> <math>= (0 - 1, 3 - -1) = (-1, 4)</math> , luego multiplicamos:</p> <p><math>(-5, 2) \cdot (-1, 4)</math><br/> <math>= (-5 \cdot -1 - 2 \cdot 4, -5 \cdot 4 + 2 \cdot -1)</math><br/> <math>= (5 - 8, -20 + -2)</math><br/> <math>= \boxed{(-3, -22)}</math></p> | <p>f. <math>(z_1 + z_2) \cdot (z_2 - z_3)</math>, en este ejercicio también debemos resolver primero los paréntesis:</p> <p><math>(z_1 + z_2) = (-5,2) + (0,3) = (-5 + 0, 2 + 3)</math><br/> <math>= (-5, 5)</math></p> <p><math>(z_2 - z_3) = (0,3) - (1, -1) = (0 - 1, 3 - -1)</math><br/> <math>= (-1, 4)</math><br/> Luego, multiplicamos:<br/> <math>(-5, 5) \cdot (-1,4)</math><br/> <math>= (-5 \cdot -1 - 5 \cdot 4, -5 \cdot 4 + 5 \cdot -1)</math><br/> <math>= (5 - 20, -20 + -5)</math><br/> <math>= \boxed{(-15, -25)}</math></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

4) Utiliza la unidad imaginaria  $i$  para representar cada expresión:

Para resolver este ítem, debemos recordar la definición de la unidad imaginaria, es decir, que  $\sqrt{-1} = i$  y también la propiedad de la raíz de un producto:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

|                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>b) <math>-\sqrt{-3}</math><br/> <math>-\sqrt{3 \cdot -1}</math><br/> <math>-\sqrt{3} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>\boxed{-\sqrt{3} i}</math></p> | <p>f) <math>2\sqrt{-48}</math><br/> <math>2\sqrt{16 \cdot 3 \cdot -1}</math><br/> <math>2\sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} i</math><br/> <math>\boxed{8\sqrt{3} i}</math></p> | <p>g) <math>-\frac{1}{25}\sqrt{-200}</math><br/> <math>-\frac{1}{25}\sqrt{100 \cdot 2 \cdot -1}</math><br/> <math>-\frac{1}{25}\sqrt{100} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>-\frac{1}{25} \cdot 10\sqrt{2} i</math><br/> <math>\boxed{-\frac{2}{5}\sqrt{2} i}</math></p> | <p>h) <math>\sqrt{-8b^2}</math><br/> <math>\sqrt{4 \cdot 2 \cdot b^2 \cdot -1}</math><br/> <math>\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>2\sqrt{2} \cdot b \cdot i</math><br/> <math>\boxed{2b\sqrt{2} i}</math></p> | <p>j) <math>\sqrt{-4x^2}</math><br/> <math>\sqrt{4 \cdot x^2 \cdot -1}</math><br/> <math>\sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>\boxed{2xi}</math></p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

5) Escribe cada raíz como un número imaginario y reduce

Debemos aplicar el mismo procedimiento del ítem anterior y luego aplicar la operatoria de números imaginarios (se puede pensar como una reducción de términos semejantes)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>c. <math>\sqrt{-28} + \sqrt{-7} + 5\sqrt{-49}</math><br/> <math>\sqrt{4 \cdot 7 \cdot -1} + \sqrt{7 \cdot -1} + 5\sqrt{49 \cdot -1}</math><br/> <math>\sqrt{4} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{-1} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{-1} + 5\sqrt{49} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>2\sqrt{7} i + \sqrt{7} i + 5 \cdot 7 i</math><br/> <math>3\sqrt{7} i + 35 i</math><br/> <math>\boxed{(3\sqrt{7} + 35) i}</math></p> | <p>e. <math>5\sqrt{-100} - 2\sqrt{-256} + 3\sqrt{-36}</math><br/> <math>5\sqrt{100 \cdot -1} - 2\sqrt{256 \cdot -1} + 3\sqrt{36 \cdot -1}</math><br/> <math>5\sqrt{100} \cdot \sqrt{-1} - 2\sqrt{256} \cdot \sqrt{-1} + 3\sqrt{36} \cdot \sqrt{-1}</math><br/> <math>5 \cdot 10 i - 2 \cdot 16 i + 3 \cdot 6 i</math><br/> <math>50 i - 32 i + 18 i</math><br/> <math>\boxed{36 i}</math></p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| g. $5\sqrt{-32} - 2\sqrt{169} - 3\sqrt{-72} + 12$<br>$5\sqrt{16 \cdot 2 \cdot -1} - 2 \cdot 13 - 3\sqrt{36 \cdot 2 \cdot -1} + 12$<br>$5\sqrt{16} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{-1} - 26 - 3\sqrt{36} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{-1} + 12$<br>$5 \cdot 4\sqrt{2}i - 26 - 3 \cdot 6\sqrt{2}i + 12$<br>$20\sqrt{2}i - 26 - 18\sqrt{2}i + 12$<br>$2\sqrt{2}i - 14$ | i. $(3 - \sqrt{-72}) - (\sqrt{64} - \sqrt{-98})$<br>$(3 - \sqrt{36 \cdot 2 \cdot -1}) - (8 - \sqrt{49 \cdot 2 \cdot -1})$<br>$(3 - \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{-1}) - (8 - \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{-1})$<br>$(3 - 6\sqrt{2}i) - (8 - 7\sqrt{2}i)$<br>$3 - 6\sqrt{2}i - 8 + 7\sqrt{2}i$<br>$-5 + \sqrt{2}i$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

6) Determina los valores de  $a$  y  $b$  que satisfagan cada igualdad.

Nuevamente debemos aplicar la igualdad de números complejos: dos números complejos son iguales, si sus partes reales y sus partes imaginarias son iguales, es decir, los complejos  $z_1 = a + bi$  y  $z_2 = c + di$  son iguales si se cumple que:  $a = c$  y  $b = d$

|                                                                                                                   |                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| c. $(a-2) - (b-1)i = 5$ , $Re(z) = 5$ y $Im(z) = 0$<br>$a - 2 = 5$ y $b - 1 = 0$<br>$a = 7$ y $b = 1$             | d. $2(a+bi) = 3 - 4i$ , $Re(z) = 3$ y $Im(z) = -4$<br>$2a + 2bi = 3 - 4i$<br>$2a = 3$ y $2b = -4$<br>$a = \frac{3}{2}$ y $b = -2$ |
| h. $(a+5) - 3bi = 1 + 2i$ , $Re(z) = 1$ y $Im(z) = 2$<br>$a + 5 = 1$ y $-3b = 2$<br>$a = -4$ y $b = -\frac{2}{3}$ | j. $(11-a) + (b-3)i = -2 + (-11)i$<br>$Re(z) = -2$ y $Im(z) = -11$<br>$11 - a = -2$ y $b - 3 = -11$<br>$a = 13$ y $b = -8$        |

7) Simplifica las siguientes expresiones

Para resolver este tipo de ejercicios, debemos recordar las potencias de  $i$ :

| Potencias canónicas de $i$ | Potencias equivalentes |
|----------------------------|------------------------|
| $i^1 = i$                  | $i^{4n+1} = i$         |
| $i^2 = -1$                 | $i^{4n+2} = -1$        |
| $i^3 = -i$                 | $i^{4n+3} = -i$        |
| $i^4 = 1$                  | $i^{4n} = 1$           |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| e. $i^{79}(2i^{33} - 3i^{28})$<br>$i^{79} \cdot 2i^{33} - i^{79} \cdot 3i^{28}$<br>$2i^{112} - 3i^{107}$<br>$112 : 4 = 28 \rightarrow i^{112} = i^{4 \cdot 28} = 1$<br>$107 : 4 = 26 \rightarrow i^{107} = i^{4 \cdot 26 + 3} = -i$<br>3//<br>$2i^{112} - 3i^{107}$<br>$2 \cdot 1 - 3 \cdot -i$<br>$2 + 3i$ | h. $i \cdot (2i^7 - 5i^6 + i^6) + i^5$<br>$i \cdot 2i^7 - i \cdot 5i^6 + i \cdot i^6 + i^5$<br>$2i^8 - 5i^7 + i^7 + i^5$<br>$2 \cdot i^{4 \cdot 2} - 5 \cdot i^{4 \cdot 1 + 3} + i^{4 \cdot 1 + 3} + i^{4 \cdot 1 + 1}$<br>$2 \cdot 1 - 5 \cdot -i + -i + i$<br>$2 + 5i - i + i$<br>$2 + 5i$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

8) Dados los complejos  $z_1 = -5 + 3i$  y  $z_2 = -6 - 7i$ , calcula:

Debemos recordar lo siguiente:

Conjugado: el conjugado de un número complejo  $z = a + bi$ , corresponde al número complejo que solo varía en el signo de la parte imaginaria de  $z$ , es decir  $\bar{z} = a - bi$ .

Módulo de un complejo: Si  $z = a + bi$ , el módulo de  $z$  es  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

División:  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z_2}}{|z_2|^2}$

$$f. (\overline{z_1 \cdot z_2}) \cdot (\overline{z_1 + z_2})$$

$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{(-5 + 3i) \cdot (-6 - 7i)}$$

$$= \overline{(-5 \cdot -6 - 3 \cdot -7) + (-5 \cdot -7 + 3 \cdot -6)i}$$

$$= \overline{51 + 17i} = 51 - 17i$$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{(-5 + 3i) + (-6 - 7i)}$$

$$= \overline{(-5 - 6) + (3 - 7)i} = \overline{-11 - 4i} = -11 + 4i$$

$$= (51 - 17i) \cdot (-11 + 4i)$$

$$= (51 \cdot -11 - 17 \cdot 4) + (51 \cdot 4 + -17 \cdot -11)i$$

$$= \boxed{-493 + 391i}$$

$$g. \overline{z_1} \cdot (\overline{z_1 + z_2})$$

$$\overline{z_1} = \overline{-5 + 3i} = -5 - 3i$$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{(-5 + 3i) + (-6 - 7i)}$$

$$= \overline{(-5 - 6) + (3 - 7)i} = \overline{-11 - 4i} = -11 + 4i$$

$$= (-5 - 3i) \cdot (-11 + 4i)$$

$$= (-5 \cdot -11 - 3 \cdot 4) + (-5 \cdot 4 + -3 \cdot -11)i$$

$$= \boxed{67 + 13i}$$

$$i. (z_1 + z_2)^{-1}$$

$$= ((-5 + 3i) + (-6 - 7i))^{-1} = (-11 - 4i)^{-1}$$

$$= \frac{1}{-11 - 4i} = \frac{1 \cdot (-11 + 4i)}{(\sqrt{(-11)^2 + (-4)^2})^2} = \frac{-11 + 4i}{121 + 16}$$

$$= \frac{-11 + 4i}{137} = \boxed{-\frac{11}{137} + \frac{4i}{137}}$$

$$j. \frac{z_1}{z_2}$$

$$= \frac{-5 + 3i}{-6 - 7i} = \frac{(-5 + 3i) \cdot (-6 + 7i)}{(\sqrt{(-6)^2 + (-7)^2})^2}$$

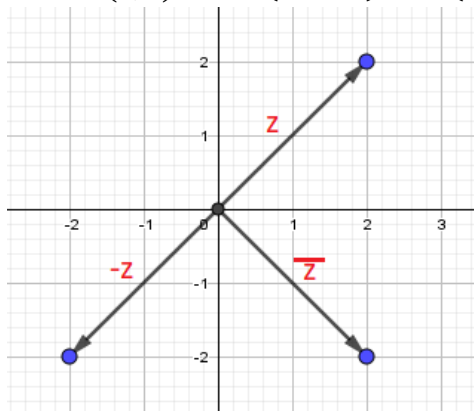
$$= \frac{(-5 \cdot -6 - 3 \cdot 7) + (-5 \cdot 7 + 3 \cdot -6)i}{36 + 49}$$

$$= \frac{9 - 53i}{85} = \boxed{\frac{9}{85} - \frac{53i}{85}}$$

9) Representa gráficamente el opuesto y el conjugado de los siguientes complejos, además determina su módulo:

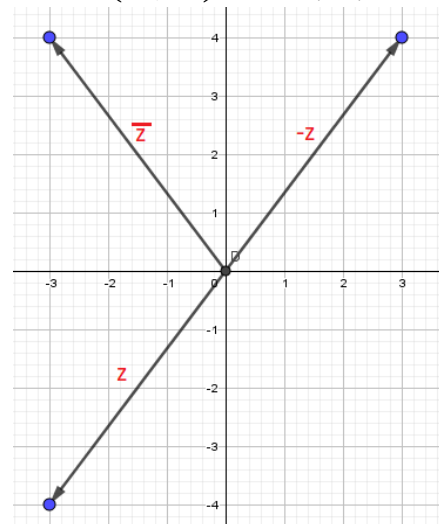
Para representar gráficamente un número complejo  $z = a + bi$ , primero lo representamos en su forma de par ordenado  $(a, b)$ , y luego ubicamos ese par ordenado en el plano de Argand (similar al plano cartesiano, en donde el eje horizontal será el eje real y el eje vertical, el eje imaginario) finalmente, trazamos el vector de origen  $(0,0)$  y punto final  $(a, b)$

$$a) z = 2 + 2i = (2, 2), -z = (-2, -2), \overline{z} = (2, -2)$$

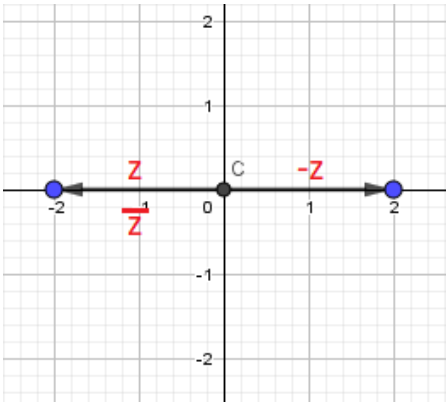
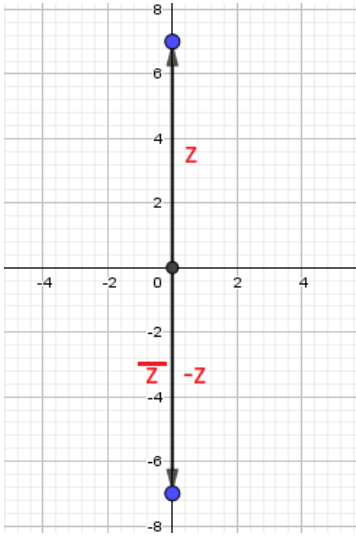


$$|z| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$c) z = -3 - 4i = (-3, -4), -z = (3, 4), \overline{z} = (-3, 4)$$



$$|z| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

|                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>d) <math>z = -2 = (-2, 0)</math>, <math>-z = (2, 0)</math>, <math>\bar{z} = (-2, 0)</math></p>  $ z  = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = \sqrt{4 + 0} = \sqrt{4} = 2$ | <p>e) <math>z = 7i = (0, 7)</math>, <math>-z = (0, -7)</math>, <math>\bar{z} = (0, -7)</math></p>  $ z  = \sqrt{0^2 + 7^2} = \sqrt{0 + 49} = \sqrt{49} = 7$ |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

10) Calcula y expresa en forma binomial

Para resolver estos ejercicios, debemos considerar toda la operatoria de números complejos.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>f. <math>\left(-8 + \frac{3}{5}i\right) + \left(-\frac{7}{4} + \frac{7}{10}i\right) + \left(-\frac{1}{4} - \frac{3}{10}i\right) =</math><br/> <math>= \left(-8 - \frac{7}{4} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{10} - \frac{3}{10}\right)i</math><br/> <math>= -10 + i</math></p> | <p>k. <math>(2 - 3i)^4 = [(2 - 3i)^2]^2</math><br/> <math>= (2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3i + (3i)^2)^2</math><br/> <math>= (4 - 12i + 9i^2)^2 = (4 - 12i - 9)^2</math><br/> <math>= (-5 - 12i)^2</math><br/> <math>= (-5)^2 + 2 \cdot -5 \cdot -12i + (-12i)^2</math><br/> <math>= 25 + 120i + 144i^2 = 25 + 120i - 144</math><br/> <math>= -119 + 120i</math></p> |
| <p>m. <math>\frac{4 + \sqrt{-16}}{2 + \sqrt{-4}} = \frac{4 + \sqrt{16 \cdot -1}}{2 + \sqrt{4 \cdot -1}} = \frac{4 + \sqrt{16} \cdot \sqrt{-1}}{2 + \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}}</math><br/> <math>= \frac{4 + 4i}{2 + 2i} = \frac{2 \cdot (2 + 2i)}{2 + 2i} = 2</math></p>                               | <p>p. <math>(2 - 3i)(4 + i) =</math><br/> <math>= \overline{(2 \cdot 4 - 3 \cdot 1) + (2 \cdot 1 + -3 \cdot 4)i}</math><br/> <math>= (8 + 3) + (2 - 12)i = 11 - 10i</math><br/> <math>= 11 + 10i</math></p>                                                                                                                                                   |
| <p>u. <math>\frac{26i}{3 - 2i} = \frac{26i \cdot (3 + 2i)}{(\sqrt{3^2 + (-2)^2})^2} = \frac{78i + 52i^2}{9 + 4}</math><br/> <math>= \frac{78i - 52}{13} = \frac{78i}{13} - \frac{52}{13} = 6i - 4</math></p>                                                                                          | <p>v. <math>\frac{5i^3}{2\sqrt{-4}} =</math><br/> <math>= \frac{5 \cdot -i}{2\sqrt{4 \cdot -1}} = \frac{-5i}{2\sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}} = \frac{-5i}{4i} = -\frac{5}{4}</math></p>                                                                                                                                                                            |

11) Calcula el valor de cada expresión

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>b. <math>(2i + 7)(i + 4) - (2i + 3)(i + 2) =</math><br/> <math>= (7 + 2i)(4 + i) - (3 + 2i)(2 + i)</math><br/> <math>= ((28 - 2) + (7 + 8)i) - ((6 - 2) + (3 + 4)i)</math><br/> <math>= (26 + 15i) - (4 + 7i)</math><br/> <math>= (26 - 4) + (15 - 7)i</math><br/> <math>= 22 + 8i</math></p> | <p>e. <math>\frac{1}{1 + 5i} + \frac{1}{1 - 5i} =</math><br/> <math>\frac{1}{1 + 5i} = \frac{1 - 5i}{(\sqrt{1^2 + 5^2})^2} = \frac{1 - 5i}{1 + 25} = \frac{1 - 5i}{26}</math><br/> <math>\frac{1}{1 - 5i} = \frac{1 + 5i}{(\sqrt{1^2 + 5^2})^2} = \frac{1 + 5i}{1 + 25} = \frac{1 + 5i}{26}</math><br/> <math>= \frac{1 - 5i}{26} + \frac{1 + 5i}{26} = \frac{1 - 5i + 1 + 5i}{26} = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}</math></p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f. \frac{5-i}{1-3i} \cdot \frac{1+2i}{2-i} =$ $\frac{5-i}{1-3i} = \frac{(5-i)(1+3i)}{(\sqrt{1^2+(-3)^2})^2}$ $= \frac{(5-3) + (15+(-1)i)}{1+9} = \frac{8+14i}{10} = \frac{4+7i}{5}$ $\frac{1+2i}{2-i} = \frac{(1+2i)(2+i)}{(\sqrt{2^2+(-1)^2})^2} = \frac{(2-2) + (1+4)i}{4+1}$ $= \frac{5i}{5} = i$ $\frac{4+7i}{5} \cdot i = \frac{4i+7i^2}{5} = \frac{4i-7}{5} = -\frac{7}{5} + \frac{4i}{5}$ | $h. \frac{4+2i}{i} - \frac{2-i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i} =$ $\frac{4+2i}{i} = \frac{(4+2i) \cdot -i}{(\sqrt{0^2+1^2})^2} = \frac{-4i-2i^2}{0+1} = -4i+2$ $\frac{2-i}{1-i} = \frac{(2-i)(1+i)}{(\sqrt{1^2+(-1)^2})^2} = \frac{(2-(-1)) + (2+(-1)i)}{1+1}$ $= \frac{3+i}{2} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2}$ $\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)(1-i)}{(\sqrt{1^2+1^2})^2} = \frac{(1-1) + (-1+(-1)i)}{1+1}$ $= \frac{-2i}{2} = -i$ $-4i+2 - \left(\frac{3}{2} + \frac{i}{2}\right) + -i = -4i+2 - \frac{3}{2} - \frac{i}{2} - i$ $= -\frac{11i}{2} + \frac{1}{2}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

12) Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado.

Se resuelven las ecuaciones de segundo grado por el método de factorización o aplicación de la fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Teniendo la precaución de que:  $\sqrt{-1} = i$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a. x^2 = -16$ $x = \pm\sqrt{-16} \Rightarrow x = \pm\sqrt{16 \cdot -1}$ $\Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \cdot \sqrt{-1} \Rightarrow x = \pm 4i$                                                                                                                                                                     | $d. 4x^2 = -100$ $x^2 = \frac{-100}{4} \Rightarrow x^2 = -25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-25}$ $\Rightarrow x = \pm\sqrt{25 \cdot -1} \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} \cdot \sqrt{-1}$ $\Rightarrow x = \pm 5i$                                                                                                                                                       |
| $f. x^2 - 4x + 53 = 0$ $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 53}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 212}}{2}$ $= \frac{4 \pm \sqrt{-196}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{196 \cdot -1}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{196} \cdot \sqrt{-1}}{2}$ $= \frac{4 \pm 14i}{2} = \frac{2 \cdot (2 \pm 7i)}{2} = 2 \pm 7i$ | $h. 16x^2 + 16x + 13 = 0$ $x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 16 \cdot 13}}{2 \cdot 16}$ $= \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 832}}{32} = \frac{-16 \pm \sqrt{-576}}{32}$ $= \frac{-16 \pm \sqrt{576 \cdot -1}}{32} = \frac{-16 \pm \sqrt{576} \cdot \sqrt{-1}}{32}$ $= \frac{-16 \pm 24i}{32} = \frac{-16}{32} \pm \frac{24i}{32} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3i}{4}$ |

13) Encuentra la ecuación de segundo grado cuyas raíces son:

Si se sabe que las soluciones de una ecuación de segundo grado son  $a$  y  $b$ , dicha ecuación corresponde a:

$$(x - a) \cdot (x - b) = 0$$

|                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $b. (1-i) \text{ y } (1+i)$ $(x - (1-i)) \cdot (x - (1+i)) = 0$ $x^2 - x \cdot (1+i) - x \cdot (1-i) + (1-i) \cdot (1+i) = 0$ $x^2 - x - xi - x + xi + (1-1) + (1+(-1)i) = 0$ $x^2 - 2x + 2 = 0$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

d.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i\right)$  y  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i\right)$

$$\begin{aligned} & \left(x - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i\right)\right) \cdot \left(x - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i\right)\right) = 0 \\ & x^2 - x \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i\right) - x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i\right) = 0 \\ & x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}xi - \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}xi + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)i = 0 \\ & x^2 - x + \frac{13}{36} = 0 \quad / \cdot 36 \end{aligned}$$

$$36x^2 - 36x + 13 = 0$$

14) Factoriza los siguientes binomios:

Para factorizar sumas de cuadrados, nos debemos basar en la diferencia de cuadrados:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Para ello, la suma de cuadrados la expresamos de la siguiente manera:  $x^2 + y^2 = x^2 - (-y^2)$ , para tener una diferencia de cuadrados que se puede factorizar como:

$$x^2 - (-y^2) = x^2 - (y^2 \cdot -1) = x^2 - (y^2 i^2) = (x + yi)(x - yi)$$

c.  $25a^2b^2 + 16c^4$

$$\begin{array}{ccc} 25a^2b^2 & - & (-16c^4) \\ (5ab)^2 & & (4c^2i)^2 \end{array} = (5ab + 4c^2i)(5ab - 4c^2i)$$

d.  $100x^2 + 4y^2$

$$\begin{array}{ccc} 100x^2 & - & (-4y^2) \\ (10x)^2 & & (2yi)^2 \end{array} = (10x + 2yi)(10x - 2yi)$$