

Cuaderno de actividades

Matemática

Claudia Victoria Torres Jeldes • Mónica Viviana Caroca Toro

8^o
básico



Edición especial para el Ministerio de Educación. Prohibida su comercialización.

Matemática

Cuaderno de Actividades

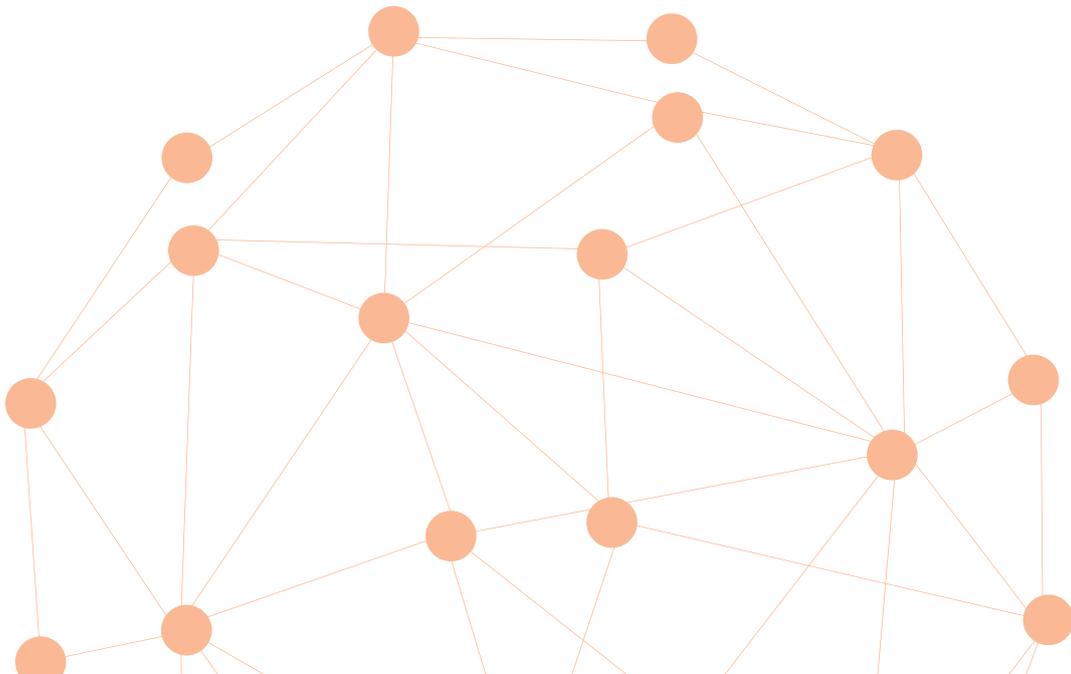


Claudia Victoria Torres Jeldes

Profesora de Matemática
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Mónica Viviana Caroca Toro

Profesora de Matemática y Física
Licenciada en Ciencias Exactas
Universidad de Chile



El Cuaderno de Actividades **Matemática 8° Básico** es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana, bajo la dirección editorial de:

RODOLFO HIDALGO CAPRILE

Subdirección editorial:	Cristian Gúmera Valenzuela
Coordinación Área Matemática:	Cristian Gúmera Valenzuela
Edición:	Dafne Milenka Vanjorek Suljgoi
Autoría:	Claudia Victoria Torres Jeldes Mónica Viviana Caroca Toro
Corrección de estilo:	Alejandro Cisternas Ulloa Michel Ortiz Ruiz
Solucionario:	Jaime Enrique Ávila Hidalgo
Documentación:	Cristian Bustos Chavarría
Subdirección de Diseño:	María Verónica Román Soto
Diseño y diagramación:	Álvaro Pérez Montenegro
Producción:	Rosana Padilla Cencever

En este libro se utilizan de manera inclusiva términos como "los niños", "los padres", "los hijos", "los apoderados", "profesores" y otros que refieren a hombres y mujeres.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del derecho de autor, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

La editorial ha hecho todo lo posible por conseguir los permisos correspondientes para las obras con derecho de autor que aparecen en el presente texto. Cualquier error u omisión será rectificado en futuras impresiones a medida que la información esté disponible.

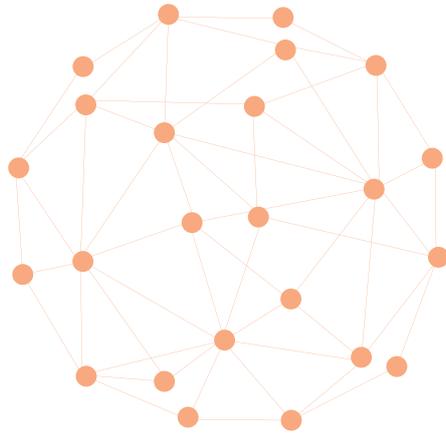
© 2019, by Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones.
Avda. Andrés Bello 2299, piso 10, Providencia, Santiago (Chile).
www.santillana.cl - infochile@santillana.com

PRINTED IN CHILE. Impreso en Chile por A Impresores.

ISBN: 978-956-15-3484-1 / Inscripción N°: 310.646

Se terminó de imprimir esta 1ª edición de 230.456 ejemplares, en el mes de diciembre del año 2019.

Santillana® es una marca registrada de Grupo Santillana de Ediciones, S. L. Todos los derechos reservados.



Matemática

Cuaderno de Actividades



Extiende tu proceso de aprendizaje en este Cuaderno de Actividades de Matemática 8° Básico. Cada vez que encuentres el siguiente ícono en el texto, debes usar este material.

Cuaderno de Actividades 

Aquí encontrarás entretenidas y variadas actividades que te permitirán reforzar, ejercitar y profundizar los contenidos trabajados en tu texto de Matemática 8° Básico.

El Cuaderno de Actividades tiene cuatro unidades organizadas por temas directamente vinculados a lo desarrollado en el texto.

¡Bienvenido a este nuevo desafío!

Unidad 1 • La era digital

Página 6



Lección 1	
Números enteros	6
Multiplicación de números enteros	6
División de números enteros	10
Evaluación Lección 1	14

Lección 2	
Números racionales	16
El conjunto de los números racionales	16
Fracciones y números decimales	18
Adición y sustracción de números racionales	20
Multiplicación y división de números racionales	22
Evaluación Lección 2	24

Lección 3	
Potencias, raíz cuadrada y porcentajes	26
Multiplicación de potencias	26
División de potencias	28
Raíz cuadrada	30
Variaciones porcentuales	32
Evaluación Lección 3	34
Evaluación final	36

Unidad 2 • Medioambiente

Página 38



Lección 1	
Expresiones algebraicas	38
Adición y sustracción de expresiones algebraicas	38
Multiplicación de expresiones algebraicas	40
Evaluación Lección 1	42

Lección 2	
Ecuaciones e inecuaciones	44
Ecuaciones	44
Inecuaciones	48
Evaluación Lección 2	52

Lección 3	
Funciones	54
Concepto y representación de una función	54
Función lineal	62
Función afín	68
Evaluación Lección 3	72
Evaluación final	74



Unidad 3 • La geometría del arte

Página 76



Lección 1

Área y volumen de prismas y cilindros **76**

Área de prismas y cilindros 76

Volumen de prismas y cilindros 80

Evaluación Lección 1 84

Lección 2

Teorema de Pitágoras **86**

Teorema de Pitágoras 86

Aplicaciones del teorema de Pitágoras 88

Evaluación Lección 2 92

Lección 3

Transformaciones isométricas **94**

Traslación 94

Rotación 96

Reflexión 98

Composición de transformaciones isométricas 100

Transformaciones isométricas en el espacio 104

Evaluación Lección 3 106

Evaluación final 108

Unidad 4 • El deporte

Página 110



Lección 1

Estadística **110**

Representaciones gráficas 110

Medidas de posición 114

Evaluación Lección 1 120

Lección 2

Probabilidad **122**

Principio multiplicativo 122

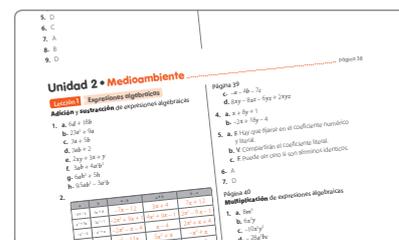
Cálculo de probabilidades 126

Evaluación Lección 2 130

Evaluación final 132

Solucionario

Página 134



Unidad 1 134

Unidad 2 139

Unidad 3 144

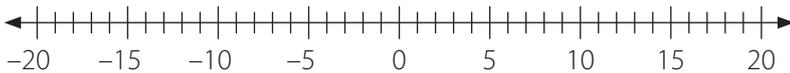
Unidad 4 148

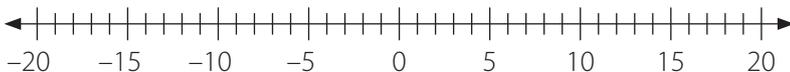
Unidad 1 • La era digital

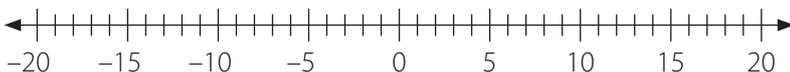
Lección 1 • Números enteros

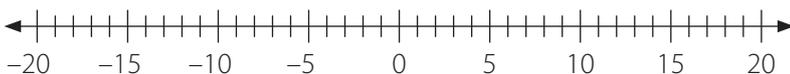
Multiplicación de números enteros

1. Representa en la recta numérica cada multiplicación y calcula el producto.

a. $4 \cdot (-4) =$ 

b. $5 \cdot (-3) =$ 

c. $(-2) \cdot 6 =$ 

d. $(-8) \cdot 1 =$ 

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

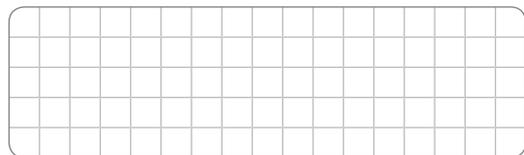
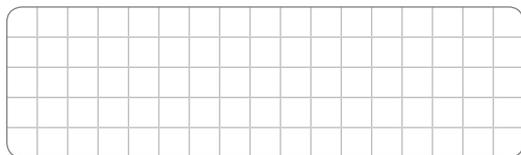
a. $(-5) \cdot 6 =$ d. $(-8) \cdot 4 =$ g. $(-8) \cdot 8 =$

b. $(-1) \cdot (-10) =$ e. $(-3) \cdot (-9) =$ h. $(-15) \cdot 0 =$

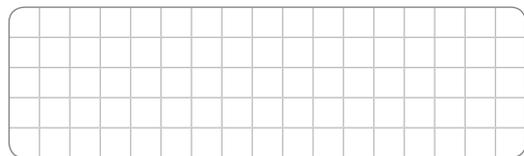
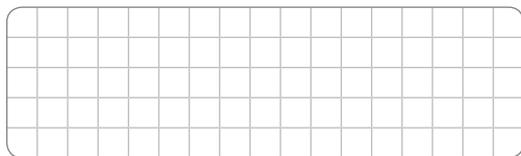
c. $1 \cdot (-1) =$ f. $17 \cdot (-4) =$ i. $30 \cdot (-2) =$

3. Respetando la prioridad de las operaciones, calcula el resultado de cada expresión.

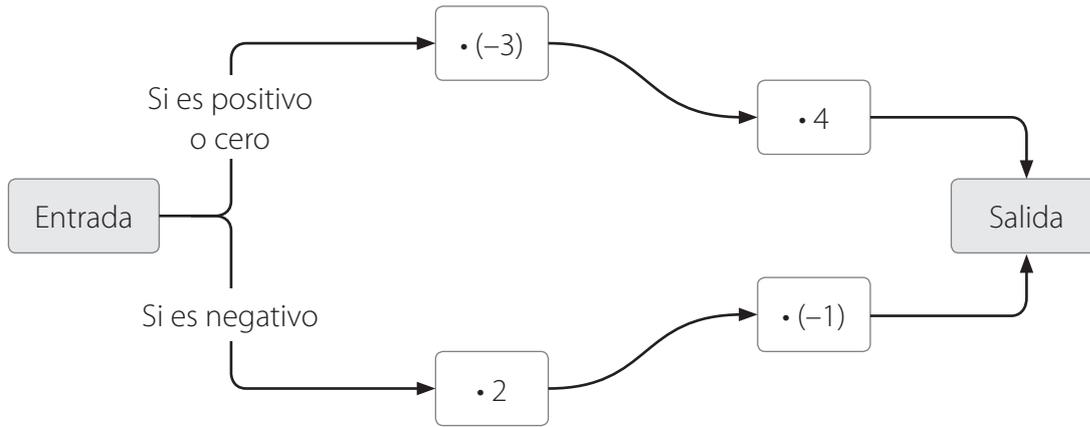
a. $5 \cdot (-3) + (-2) \cdot 9 =$ c. $(-2) \cdot (-6) + 10 \cdot (-3) =$



b. $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-3) =$ d. $(-3) \cdot (5 + 4) \cdot (-2) =$



4. Calcula el número de salida para cada número de entrada ingresado.



Entrada	Salida
-5	
-3	
4	
7	

5. Identifica y explica el error cometido en cada caso y corrígelo.

a. $(-5) \cdot 4 = 20$

Error:

Corrección:

b. $(-3) \cdot (-3) \cdot 3 = 9$

Error:

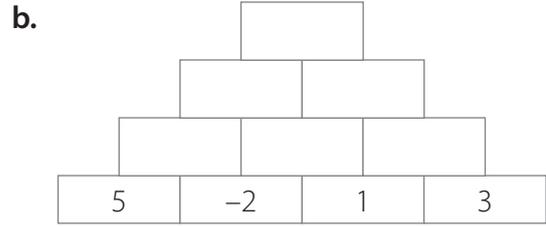
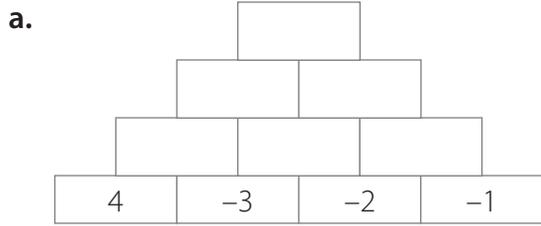
Corrección:

c. $0 \cdot (-17) = -17$

Error:

Corrección:

6. Completa cada casilla con la cifra resultante del producto entre los dos números de las dos casillas inferiores.



7. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica tu respuesta.

a. La multiplicación de un número entero positivo por uno negativo da como resultado un número positivo.

Justificación: _____

b. El producto de cinco números enteros negativos es positivo.

Justificación: _____

c. La multiplicación de un número entero por 0 es siempre 0.

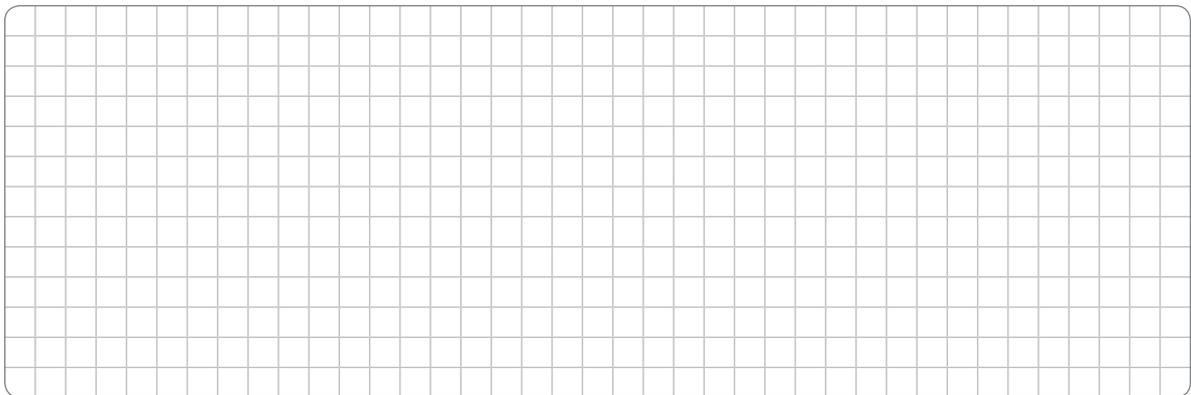
Justificación: _____

d. En una multiplicación, si un factor es un número natural y el otro es un número entero negativo, el producto es siempre menor que cada uno de los factores.

Justificación: _____

8. Resuelve los siguientes problemas:

a. Una cámara de frío se encuentra a 13 °C. Si cada 4 min desciende 3 °C, ¿qué temperatura tendrá al cabo de 20 min?



Respuesta: _____

División de números enteros

1. Resuelve las siguientes divisiones:

a. $(-80) : (-20) = \square$

d. $(-72) : (-3) = \square$

g. $0 : (-80) = \square$

b. $(-36) : 2 = \square$

e. $25 : (-1) = \square$

h. $(-80) : (-10) = \square$

c. $81 : (-9) = \square$

f. $(-10) : (-5) = \square$

i. $95 : (-5) = \square$

2. Calcula el término desconocido en cada igualdad.

a. $(-12) : \square = -4$

d. $\square : 15 = -6$

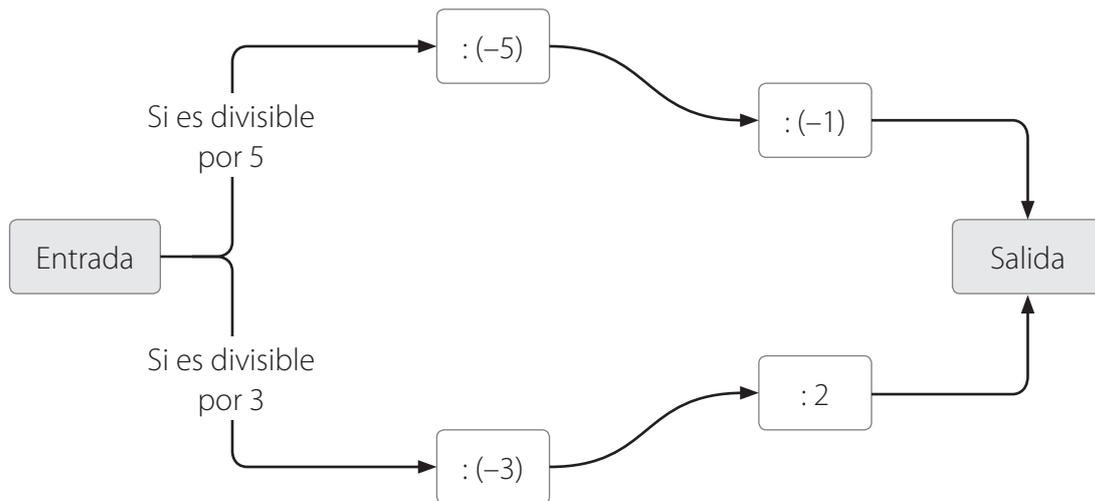
b. $\square : (-2) = -21$

e. $(-15) : \square = 15$

c. $(-36) : \square = 9$

f. $84 : \square = 3$

3. Calcula el número de salida para cada número de entrada ingresado.



Entrada	Salida
-102	
305	
84	
-265	

4. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (**V**) o falsas (**F**). Justifica tu respuesta.

a. La división de cualquier número por 1, es igual a 1.

Justificación: _____

b. De la división de un número entero positivo por uno negativo resulta un número positivo.

Justificación: _____

c. Al dividir un número negativo por uno positivo, el cociente será negativo.

Justificación: _____

d. Al dividir dos números negativos, el cociente será negativo.

Justificación: _____

5. Resuelve las siguientes operaciones:

a. $(-5) : 5 + 10 \cdot (-3) =$

d. $12 + (-20) \cdot (-40) : 4 =$

b. $100 \cdot (-2) : 50 - (-10) =$

e. $0 : (-520) : (-73) =$

c. $(-1) : (-1) : 1 \cdot (-1) =$

f. $10 \cdot 0 - (36 : (-6)) =$

6. Escribe el o los números que cumplen con lo solicitado.

a. Dos números enteros cuyo cociente sea (-10) .

e. Un número entero que al dividirlo por (-4) dé como resultado 13.

b. Un número entero que al dividirlo por (-3) dé como resultado 8.

f. Un número entero que al dividirlo por 10 resulte 0.

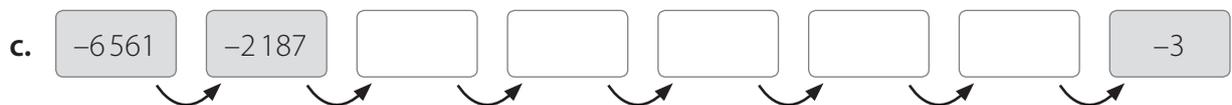
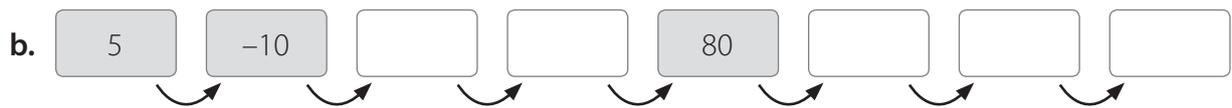
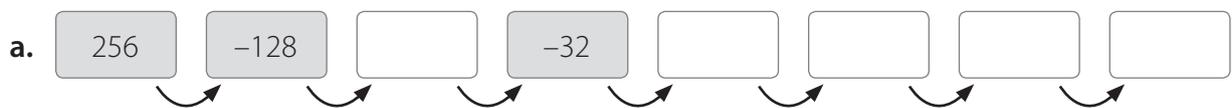
c. Un número entero que al dividirlo por (-5) resulte (-5) .

g. Dos números enteros cuyo cociente sea (-4) .

d. Dos números enteros menores que 0 cuyo cociente sea 6.

h. Un número entero que al dividirlo por 5 dé como resultado (-7) .

7. Completa las siguientes secuencias:



3. Resuelve las siguientes operaciones:

a. $(-18) : 6 \cdot (-2) =$

c. $(30 \cdot 0) : ((-2) \cdot 3) =$

b. $16 : (-2) - 5 \cdot (-1) =$

d. $(-20) : (16 - 12) \cdot (-5) =$

4. Resuelve los siguientes problemas. Luego, comprueba con una calculadora.

- a. La temperatura de un día a las 6:30 h fue de -3°C , y tres horas más tarde subió 5°C . Si la temperatura máxima fue el doble de la temperatura registrada a las 9:30 h, ¿cuál fue la temperatura máxima del día?

Respuesta: _____

- b. Un buzo descendió en el mar 27 m en 3 horas. Si cada hora bajó la misma cantidad de metros, ¿cuántos metros descendió el buzo cada hora?

Respuesta: _____

Reflexiona y responde

- ¿Qué estrategias utilizaste para resolver las multiplicaciones y divisiones de números enteros?
- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana puedes aplicar estos nuevos conocimientos y habilidades?

Lección 2 Números racionales

El conjunto de los números racionales

1. Clasifica los siguientes números. Para ello, marca con un ✓ en la casilla del conjunto según corresponda.

Número	-1	5	0,6	$-\frac{1}{3}$	0	$1,\bar{5}$	$11,9\bar{7}$
Número natural							
Número entero							
Número racional							

2. En cada caso, representa en la recta numérica las fracciones dadas.

a. $-\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ y $\frac{7}{8}$ 

b. $\frac{3}{5}, -1\frac{1}{5}, -1\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{5}$ 

c. $-\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{3}$ y $-\frac{1}{6}$ 

d. $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{6}$ y $-\frac{7}{12}$ 

3. Completa con $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

a. $\frac{3}{2}$ ○ $\frac{6}{4}$

f. $\frac{6}{12}$ ○ $\frac{7}{11}$

b. $\frac{33}{10}$ ○ $3\frac{2}{5}$

g. $-\frac{30}{7}$ ○ $-\frac{7}{30}$

c. $-2\frac{1}{6}$ ○ $-\frac{23}{8}$

h. $\frac{3}{100}$ ○ $\frac{3}{1000}$

d. $-\frac{6}{5}$ ○ $-\frac{7}{4}$

i. $-\frac{17}{5}$ ○ $-\frac{16}{5}$

e. $\frac{7}{7}$ ○ 1

j. $-\frac{11}{3}$ ○ $-4\frac{1}{4}$

4. Completa con dos números racionales que cumplan con la relación dada en cada caso.

a. $\frac{2}{3} > \square > \square > \frac{1}{5}$

e. $-\frac{19}{4} < \square < \square < -\frac{21}{5}$

b. $\frac{14}{3} < \square < \square < \frac{15}{2}$

f. $-\frac{3}{7} > \square > \square > -\frac{8}{15}$

c. $\frac{3}{16} < \square < \square < \frac{7}{9}$

g. $-\frac{134}{100} > \square > \square > -\frac{1346}{1000}$

d. $\frac{4}{1000} > \square > \square > \frac{37}{10000}$

h. $-\frac{14}{9} < \square < \square < -\frac{4}{3}$

5. Descubre el error y corrígelo.

Felipe ordenó en forma creciente la lista con la cantidad de kg de frutas o verduras que tiene que comprar:

- 0,25 kg de frutillas
- $\frac{1}{2}$ kg de zapallo
- $\frac{1}{3}$ kg de porotos verdes
- $\frac{3}{4}$ kg de zanahorias
- 3,25 kg de limones

¿Cuál es el error que cometió Felipe?

Corrección:

6. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica tu respuesta.

a. $-\frac{4}{3}$ pertenece a \mathbb{Q} .

Justificación: _____

b. Entre dos números racionales siempre hay otro número racional.

Justificación: _____

c. $\frac{a}{b}$ es un número racional para cualquier valor entero de a y b .

Justificación: _____

d. $\frac{5}{2}$ y 2,5 tienen la misma ubicación en la recta numérica.

Justificación: _____

Fracciones y números decimales

1. Representa cada fracción como un número decimal, y clasifícalo como decimal finito, infinito periódico o infinito semiperiódico.

a. $\frac{3}{8} =$ _____

d. $\frac{11}{15} =$ _____

b. $\frac{4}{9} =$ _____

e. $\frac{19}{12} =$ _____

c. $\frac{12}{25} =$ _____

f. $3\frac{1}{6} =$ _____

2. Representa los siguientes números decimales como una fracción irreducible:

a. $0,2 =$

d. $0,\bar{3} =$

g. $0,4\bar{38} =$

b. $0,45 =$

e. $0,\bar{18} =$

h. $1,1\bar{6} =$

c. $1,9 =$

f. $0,\bar{12} =$

i. $23,6\bar{74} =$

3. Completa la siguiente tabla.

Representación decimal	Tipo de decimal (finito, infinito periódico o semiperiódico)	Representación como fracción
0,032		
$1,\bar{24}$		
$0,9\bar{3}$		
0,76		
$0,\bar{36}$		
$13,\bar{3}$		

4. Reemplaza los valores de x e y , realiza los cálculos y completa la tabla.

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$
0,7	$\frac{1}{5}$			
0,6	$\frac{3}{5}$			
1,24	$\frac{3}{8}$			

5. Un arquitecto diseñó un edificio que tiene dos rampas de acceso para las personas con movilidad limitada. Si la altura de cada rampa es igual a una décima parte de la medida de la base de la respectiva rampa y las bases de las rampas miden 9,8 m y 9 m, ¿cuánto miden las dos alturas de las rampas, respectivamente?

6. Verifica si cada afirmación es verdadera (**V**) o falsa (**F**). Justifica las falsas.

- a. Si una fracción irreducible tiene denominador 9, es posible afirmar que su expresión decimal es periódica.

Justificación: _____

- b. Todo número entero se puede representar como una fracción cuyo numerador será el mismo número y el denominador es cero.

Justificación: _____

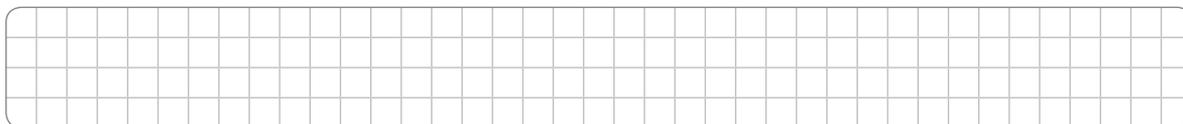
7. Cuatro jóvenes se preparan para participar en la prueba de relevos "4 por 100" de un campeonato de atletismo. En su mejor carrera durante los entrenamientos, cada uno hizo los siguientes tiempos:

Corredor	Jorge	Mauricio	Andrés	Juan Carlos
Tiempo (segundos)	11,24	11,75	11,32	11,70

- a. ¿Cuál es el promedio de tiempo? _____

- b. Si la marca actual de la prueba es de 44,75 segundos y la diferencia para alcanzarla se distribuye de forma equitativa, ¿qué tiempo debería hacer cada uno en su carrera respectiva?
-

- d. Para llenar una piscina para niños se dispone de tres llaves. En el transcurso de una hora, la primera llave aporta $\frac{1}{3}$ de la capacidad de la piscina, la segunda $\frac{7}{15}$ y la tercera $\frac{1}{5}$. Si se abren las tres llaves, simultáneamente, luego de una hora, ¿qué parte de la piscina faltaría por llenarse?



4. Fernando tiene tres balanzas en su almacén. Para decidir cuál utilizar, coloca productos en cada una. En la balanza 1 pone un paquete de arroz de $\frac{5}{2}$ kg, y se registra 2,5 kg. En la balanza 2 pone un paquete de sal de $\frac{3}{4}$ kg, y se registra 0,075 kg. En la balanza 3 pone un paquete de té de $\frac{9}{8}$ kg, y se registra 1,25 kg.

- a. ¿Cuál de las balanzas debe utilizar?, ¿por qué?

- b. ¿Qué pasaría si usara la balanza 2?, ¿ganaría o perdería dinero?

- c. ¿Qué pasaría si usara la balanza 3?, ¿estaría actuando correctamente?

5. Encuentra el camino de fracciones tal que al sumarlas resultan el número de la meta. En el trayecto solo puedes pasar una vez por cada cuadro y debes avanzar vertical u horizontalmente. Explica la estrategia utilizada.

$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
Partida	$\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{3}$
$\frac{2}{5}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
		$\frac{3}{4}$ Meta

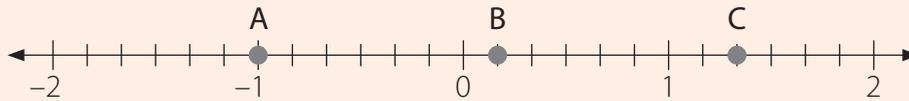
Puedes continuar ejercitando la adición y sustracción con números racionales en el siguiente link:

<https://www.thatquiz.org/es-3/matematicas/fraccion/>



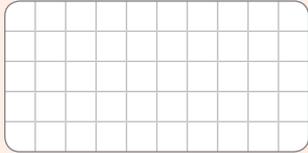
Evaluación Lección 2

1. Considera la siguiente recta numérica graduada en partes iguales.

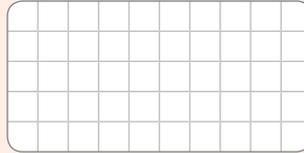


Calcula el valor de cada expresión.

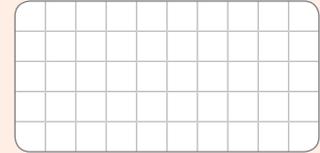
a. $A + B + C =$



b. $C - B \cdot A =$



c. $A : C - B \cdot C =$



2. Marca la opción correcta.

a. Si $a = 0,2 \cdot 0,5$; $b = 0,1 : 0,9$; $c = 1,02 : 0,25$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A. $a = b > c$

C. $a = b < c$

B. $a < c < b$

D. $b < a < c$

b. ¿Qué resultado se obtiene de: $4,5 - 0,5 \cdot (3,8 - 4,2)$?

A. 11

C. 4,3

B. 4,7

D. -0,5

c. Un estanque de 7 240 L contiene líquido hasta sus $\frac{5}{8}$. ¿Cuántos litros restan para llenarlo?

A. 2 715 L

C. 3 620 L

B. 4 525 L

D. 5 430 L

d. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es correcta?

A. $5,8 < 5,9 < 5,10$

C. $5,10 < 5,8 < 5,9$

B. $5,8 < 5,10 < 5,9$

D. $5,9 < 5,10 < 5,8$

e. ¿Cuál(es) de las siguientes sumas es(son) igual(es) a 1?

I. $0,36 + 0,64$

II. $0,18 + 0,81$

III. $0,15 + 0,85$

A. Solo II

C. I y II

B. I y III

D. I, II y III

f. ¿Cuántos números enteros hay entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{15}{14}$?

A. 0

C. 2

B. 1

D. 14

3. A partir de la siguiente información, responde las preguntas.

Francisca y Liliana compraron frutillas. Francisca compró $4\frac{6}{15}$ kg y Liliana $3\frac{1}{8}$ kg.
¿Cuántos kg de frutillas compraron entre las dos?

Luego de elegir la estrategia,
el problema se resuelve
de la siguiente manera:

$$4\frac{6}{15} = \frac{66}{15} = \frac{22}{5} = \frac{22 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{176}{40}$$

$$3\frac{1}{8} = \frac{25}{8} = \frac{25 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{125}{40}$$

$$\frac{176}{40} + \frac{125}{40} = \frac{301}{40} = 7\frac{21}{40}$$

- a.** ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A.** Los kg de frutillas que compró Liliana.
 - B.** Los kg de frutillas que compró cada una.
 - C.** Los kg de frutillas que compró Francisca.
 - D.** La diferencia entre los kg de frutillas que compró cada una.
- b.** ¿Qué es lo que se pregunta?
- A.** La cantidad de kg que compró Liliana.
 - B.** La cantidad de kg que compró Francisca.
 - C.** La diferencia de los kg de frutillas que compró cada una.
 - D.** Los kg de frutillas que compraron entre las dos.
- c.** ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
- A.** Hacer un dibujo.
 - B.** Usar propiedades numéricas.
 - C.** Construir una recta numérica.
 - D.** Usar una representación gráfica.
- d.** ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A.** Compraron $7\frac{21}{40}$ kg de frutillas entre las dos.
 - B.** Compraron $7\frac{6}{15}$ kg de frutillas entre las dos.
 - C.** Francisca compró $\frac{176}{40}$ kg de frutillas.
 - D.** Liliana compró $\frac{125}{40}$ kg de frutillas.

Reflexiona y responde

- ¿Qué dificultades tuviste al trabajar con números racionales? ¿Cómo las puedes superar?
- Nombra algunas situaciones en las que ocupas números racionales.

Lección 3 Potencias, raíz cuadrada y porcentajes

Multiplicación de potencias

1. Escribe como multiplicación de factores iguales cada potencia y calcula su valor.

a. $3^4 \cdot 3 =$

d. $2^4 \cdot 3^4 =$

b. $4^2 \cdot 4^4 =$

e. $3^3 \cdot 5^3 =$

c. $6^5 \cdot 6^2 =$

f. $7^2 \cdot 4^2 =$

2. Escribe el resultado como una sola potencia.

a. $2^4 \cdot 2 =$

c. $2^6 \cdot 3^6 =$

b. $3^3 \cdot 3^2 =$

d. $4^4 \cdot 4^4 =$

3. Resuelve utilizando potencias. Guíate por el ejemplo.

$$16 \cdot 25 \cdot 9 = 4^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = (4 \cdot 5 \cdot 3)^2 = 60^2 = 3600$$

a. $49 \cdot 25 \cdot 4 =$

c. $32 \cdot 243 =$

b. $216 \cdot 125 =$

d. $27 \cdot 8 \cdot 64 =$

4. Si la arista de un cubo mide 3^3 cm, expresa como potencia:

a. el área de cada cara del cubo.

b. el área total del cubo.

c. el volumen del cubo.

5. En los siguientes ejercicios hay errores. Explica el porqué y luego corrégelos.

a. $2^2 \cdot 4^2 = 8^4$ _____

b. $5^4 \cdot 7^4 = 12^4$ _____

Raíz cuadrada

1. Completa la siguiente tabla.

a	4		64			225
\sqrt{a}		6		18	100	

2. Calcula las siguientes raíces cuadradas.

a. $\sqrt{25} =$

e. $\sqrt{225} =$

b. $\sqrt{49} =$

f. $\sqrt{400} =$

c. $\sqrt{81} =$

g. $\sqrt{625} =$

d. $\sqrt{121} =$

h. $\sqrt{900} =$

3. Determina si las siguientes igualdades son correctas (✓) o incorrectas (✗). Justifica cada caso realizando la operación correspondiente.

a. $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9 + 16}$

e. $\sqrt{9} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{400} = 89$

b. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{4 \cdot 4} = \sqrt{4^2}$

f. $\frac{\sqrt{225}}{\sqrt{25}} = 3$

c. $(\sqrt{144})^2 = 12$

g. $\sqrt{169 - 144} = \sqrt{169} - \sqrt{144}$

d. $\sqrt{81} \cdot \sqrt{121} = \sqrt{81 \cdot 121}$

h. $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{64}} = \sqrt{\frac{256}{64}}$

4. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica en cada caso.

a. La suma de raíces cuadradas es igual a la raíz cuadrada de la suma.

Justificación: _____

b. El producto de raíces cuadradas es igual a la raíz cuadrada del producto.

Justificación: _____

c. $\sqrt{6}$ se ubica en la recta numérica entre 2 y 3.

Justificación: _____

5. Analiza las siguientes raíces cuadradas. Luego, estima entre qué números naturales consecutivos se encuentran y ubícalas en la recta numérica.

a. $\square < \sqrt{5} < \square$



d. $\square < \sqrt{30} < \square$



b. $\square < \sqrt{10} < \square$



e. $\square < \sqrt{22} < \square$



c. $\square < \sqrt{42} < \square$



f. $\square < \sqrt{37} < \square$



6. En cada caso, determina el valor que falta para que se cumpla la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$.

a. $30^2 + 40^2 = \square^2$

d. $15^2 + 8^2 = \square^2$

b. $60^2 + \square^2 = 100^2$

e. $12^2 + \square^2 = 20^2$

c. $\square^2 + 12^2 = 15^2$

f. $27^2 + 36^2 = \square^2$

Puedes continuar ejercitando la resolución de potencias y raíces en el siguiente link:

<https://www.thatquiz.org/es-2/matematicas/potencia/>



7. Resuelve los siguientes problemas. Luego, comprueba con una calculadora.

a. Dos triángulos rectángulos comparten la misma hipotenusa. Si las medidas de los catetos de uno de los triángulos son 11 cm y 3 cm, y la medida de uno de los catetos del segundo triángulo es de 7 cm, ¿cuál es la medida del cateto restante?

b. Un rectángulo de área 128 cm^2 tiene un lado que mide la mitad del otro. Determina las longitudes de sus lados.

Variaciones porcentuales

1. Aumenta cada uno de los siguientes números en un 24%.

a. $700 =$

c. $270 =$

e. $1\,245 =$

b. $35 =$

d. $25\,600 =$

f. $35\,789 =$

2. Disminuye en un 8% los siguientes números.

a. $990 =$

c. $3\,450 =$

e. $34\,679 =$

b. $256 =$

d. $450\,000 =$

f. $852\,420 =$

3. En el último mes, el precio de un litro de leche ha subido \$120. Si el precio del mes anterior era \$600, representa el alza del precio de la leche como un porcentaje.

4. Antonia ahorró \$34 000 que le alcanzaban justo para comprarse un par de botas. Si al llegar a la tienda había un descuento del 23%, ¿cuánto gastó finalmente Antonia en sus botas?

5. Se calcula que el 2013 había 19 000 árboles en la ciudad. El año 2014, para prevenir caídas de árboles viejos, se cortó el 2% y el 2015 se quemó en un incendio el 5% de lo que quedaba.

a. ¿En qué porcentaje disminuyó el número de árboles del 2013 a 2015?

b. ¿Cuántos árboles quedan en esta ciudad a fines de 2015?

6. A una fiesta asisten 125 personas, de las cuales el 60% son mujeres. Del total de las mujeres, tres quintos usa zapatillas y de estas el 60% baila. ¿Cuántas son las mujeres que bailan y usan zapatillas?

7. Arturo compró un automóvil usado y pagó \$2 500 000. Si este automóvil se devalúa un 4,5% anual, ¿cuánto se devalúa el primer año el precio del automóvil?

8. A principios de un mes, el precio de la gasolina de 95 octanos era de \$750 el litro. Si aumentó en un 12% el día 10 y luego disminuyó un 5% el día 24, ¿cuál es el precio a fin de mes?

9. Un refrigerador vale \$140 000 si se paga al contado. Si se paga a crédito en 10 cuotas, cada una de ellas es de \$16 940. ¿En qué porcentaje aumenta el precio del refrigerador?

10. Francisco averiguó en varios bancos la tasa de interés por realizar un depósito a plazo, hasta que se decidió por el banco El Ahorro, que le ofrecía una tasa de interés de 0,42% por un período de 35 días. Si depositó \$250 000, ¿cuánto dinero retiró después de que se cumplió el plazo?

11. Marco ha decidido comprar una cocina semiindustrial para hacer tortas y empanadas junto con su familia. El precio de la cocina es de \$180 000, sin IVA. Al adquirirla en cuotas, al precio con IVA (que corresponde a un aumento del 19%) se le agrega un 3% de recargo adicional.

a. ¿Cuál es el precio de la cocina con IVA?

b. ¿Cuánto paga por cada cuota si la compra en seis cuotas?

12. Antes de comprar a crédito una impresora multifuncional, Camila cotizó el mismo modelo en dos casas comerciales. Las condiciones de pago en cada caso fueron las siguientes:

Casa comercial	Precio contado	Interés	Tiempo que dura el crédito
Casa Bonita	\$120 000	1,2% mensual	1 año
Hogar Dulce Hogar	\$120 000	12% anual	1 año

¿Cuál de las casas comerciales le conviene a Camila?, ¿por qué?

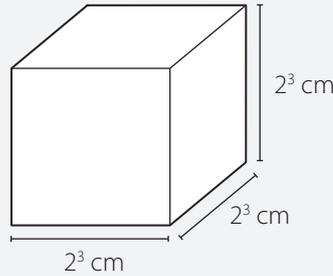
Evaluación Lección 3

Marca con una x la alternativa correcta.

A partir de la siguiente información, responde las preguntas de la 1 a la 4.

La arista de un cubo mide 2^3 cm. ¿Cuál es su volumen?

Luego de elegir la estrategia, el problema se resuelve de la siguiente manera:



$$\begin{aligned} V &= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \\ &= 2^{3+3+3} \\ &= 2^9 \end{aligned}$$

1. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?

- A. El área del cubo.
- B. La medida de la arista del cubo.
- C. El área y la medida de la arista del cubo.
- D. El área de las caras basales y la medida de la arista del cubo.

2. ¿Qué es lo que se pregunta?

- A. El área del cubo.
- B. La arista del cubo.
- C. El volumen del cubo.
- D. El área basal del cubo.

3. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

- A. Ensayo y error.
- B. Hacer un dibujo.
- C. Hacer un gráfico.
- D. Construir una recta numérica.

4. ¿Cuál es la respuesta al problema?

- A. El volumen es 512 cm^3 .
- B. El volumen es 23 cm^3 .
- C. El área es 512 cm^2 .
- D. El área es 23 cm^2 .

A partir de la siguiente información responde las preguntas de la 5 a la 9.

Se realizó una encuesta a 200 personas acerca de su deporte favorito. Si el 40% prefiere el fútbol, el 35% prefiere el básquetbol y el resto el vóleibol, ¿cuántas personas prefieren el vóleibol?

5. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?

- A. Los deportes favoritos.
- B. Los porcentajes de las preferencias.
- C. La cantidad de personas encuestadas.
- D. La cantidad de personas encuestadas y los porcentajes de las preferencias.

6. ¿Qué es lo que se pregunta?

- A. La cantidad de personas encuestadas.
- B. La cantidad de personas que prefieren el fútbol.
- C. La cantidad de personas que prefieren el vóleibol.
- D. La cantidad de personas que prefieren el básquetbol.

7. ¿Qué porcentaje de personas prefieren el vóleibol?

- A. 25%
- B. 45%
- C. 55%
- D. 75%

8. ¿Cuál es la respuesta al problema?

- A. 40 personas.
- B. 50 personas.
- C. 70 personas.
- D. 80 personas.

9. ¿Cuántas personas prefieren el fútbol?

- A. 40 personas.
- B. 50 personas.
- C. 70 personas.
- D. 80 personas.

Reflexiona y responde

- ¿En qué otras situaciones puedes usar potencias, raíces o porcentajes? Nombra dos.
- ¿Qué pasos sigues para resolver potencias, raíz cuadrada y porcentajes? Ejemplifica.

Evaluación final

1. Calcula el resultado de las siguientes operaciones. Escribe tu resolución.

a. $25 + (-8) \cdot 10 =$

d. $33 \cdot 3 - 58 =$

b. $-3 - (-62) + 222 =$

e. $150 : 15 - 127 - (-18) =$

c. $-70 : 35 \cdot (-4) =$

f. $-3 \cdot 6 \cdot (-45) - 45 : 15 =$

2. Resuelve los siguientes problemas.

- a. En un juego, se consiguen 4 puntos al ganar un juego y se pierden 3 puntos si no se triunfa. Si Marcos ha ganado 8 juegos y perdido 5 y Leonardo ha ganado 5 juegos y perdido 8, ¿cuántos puntos tienen cada uno?

- b. Tres hermanos fueron de compras y se repartieron las bolsas para llevarlas hasta su casa. Uno de ellos lleva $3\frac{5}{8}$ kg, otro $2\frac{4}{5}$ kg y el hermano menor carga una bolsa que pesa $2\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántos kg llevan entre los tres?

Unidad 2 • Medioambiente

Lección 1 Expresiones algebraicas

Adición y sustracción de expresiones algebraicas

1. Realiza las siguientes adiciones y sustracciones reduciendo términos semejantes.

a. $12d - 6d + 18b =$ _____

e. $4xy - 2yx + 3x + y =$ _____

b. $15a^2 + 2a + 7a + 12a^2 =$ _____

f. $6a^2b^2 + 3ab - 2a^2b^2 =$ _____

c. $a + 2b - b + 6a + 4b =$ _____

g. $8h + 2h^2 - 3h + 4h^2 =$ _____

d. $2ab + 7ab - 2ab + 2 =$ _____

h. $2,5ab^2 - 3a^2b + 7b^2a =$ _____

2. Reemplaza los valores de x e y , haz los cálculos, y luego completa la tabla.

a	b	$a - b$	$a + b$	$b - a$
$-2x - 4$	$5x + 8$			
$x^2 + 9x$	$3x^2 - 1$			
$-x^2 - 4$	$x^2 + x$			
$3x^2 - 5x$	$2x^2 + 6x$			
$x^2 + x + 1$	$x^2 - 1$			

3. Resuelve los siguientes ejercicios reduciendo los términos semejantes.

Ejemplo: $3m - (m - n) + (3m - 4n) = 3m - m + n + 3m - 4n$
 $= (3m - m + 3m) + (n - 4n) = 5m - 3n$

a. $8x + (4y - 2x + 3) - (5 - 3y) =$ _____

b. $12a - 5b + (3a - 2b) - (-8b - 10) =$ _____

c. $3b - 10c - (5a + 7b - 2c) + (4a + c) =$ _____

d. $4xyz - (7xy + 8xz) + (15xy - 6yz - 2xyz) =$ _____

4. Escribe una expresión algebraica para representar cada situación.

- a. El perímetro de un triángulo cuya medida de sus lados se expresa como $(3x - 2y + 9)$ cm, $(7y - 10 - 6x)$ cm y $(4x + 3y)$ cm.

- b. El perímetro de un rectángulo cuya medida de sus lados se expresa como $(x + 4y - 5)$ cm y $(5y + 3 - 2x)$ cm.

5. Determina si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica en cada caso.

- a. Para reducir términos semejantes, solamente basta fijarse en los coeficientes de cada término.

Justificación: _____

- b. Al sumar dos términos semejantes, el resultado es una expresión semejante a los sumandos.

Justificación: _____

- c. Al restar dos términos algebraicos, la diferencia nunca puede ser cero.

Justificación: _____

Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

6. Una expresión equivalente a $5x - 3x^2 - (5x - 3x^2)$ es:

- A. 0
B. $-6x^2$
C. $10x$
D. $10x - 6x^2$

7. Al reducir la expresión $4a - 12ab + 14b - 3ab + 5b - 7a$ se obtiene:

- A. $-11a + 14b - 5ab$
B. $3a - 19b - 17ab$
C. $4a - 15b + 9ab$
D. $-3a + 19b - 15ab$

Multiplicación de expresiones algebraicas

1. Calcula los siguientes productos.

a. $4m^2 \cdot 2m =$ _____

d. $ac \cdot 8a^2b \cdot -16 =$ _____

b. $3xy \cdot 2x =$ _____

e. $ab^2 \cdot ab^3 \cdot a^3b^5 =$ _____

c. $2x^2y \cdot -5x^3y =$ _____

f. $3p^2q \cdot -2pq^2 \cdot -p^3q^2 =$ _____

2. Elimina los paréntesis de las siguientes expresiones algebraicas:

a. $-2 \cdot (x + y) =$ _____

d. $-4 \cdot (4x + 3y) =$ _____

b. $-2 \cdot (x - y) =$ _____

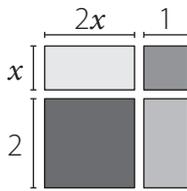
e. $-5 \cdot (2s - 3k) =$ _____

c. $a \cdot (m + n) =$ _____

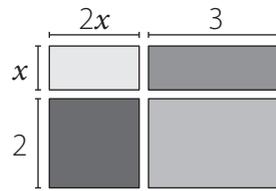
f. $a \cdot (3a - 2b + c) =$ _____

3. Escribe la suma de las áreas de los rectángulos como una expresión algebraica.

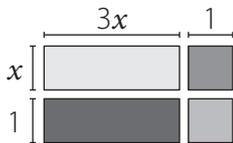
a.



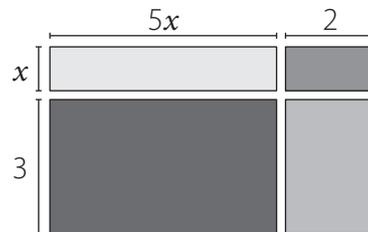
c.



b.



d.



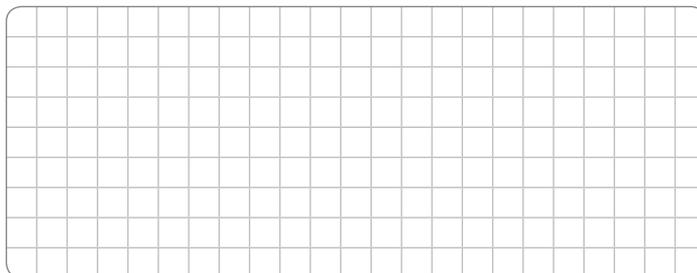
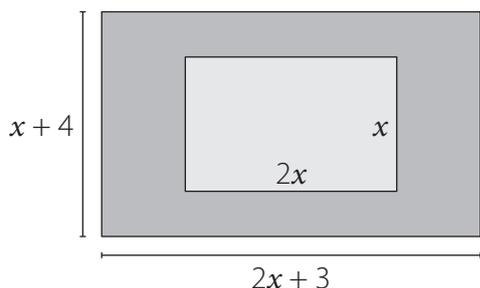
4. Resuelve las siguientes multiplicaciones de polinomios.

a. $(x - 2) \cdot (a + 4) =$

b. $(3x - 2) \cdot (y - 6) =$

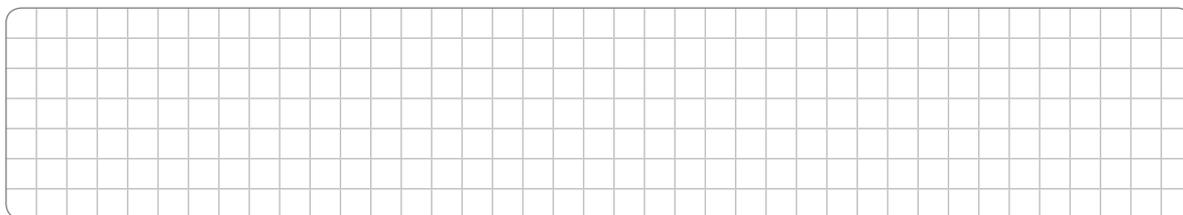
c. $(3x + y) \cdot (3x + 3y) =$

5. Demuestra que el área pintada del rectángulo puede ser representada por $11x + 12$.

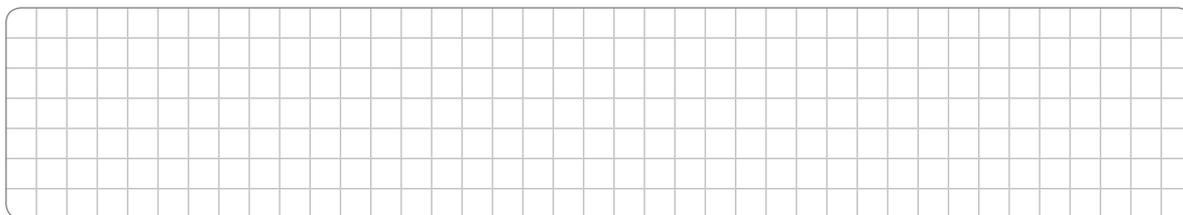


6. Resuelve los siguientes problemas.

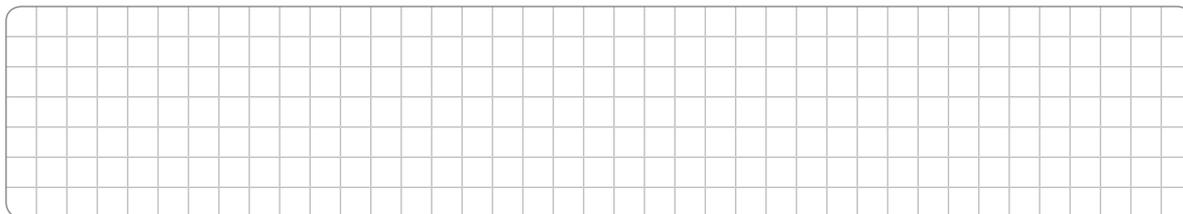
a. Determina la expresión que representa el área de un cuadrado de lado $4a + 3$ cm si $a > 0$.



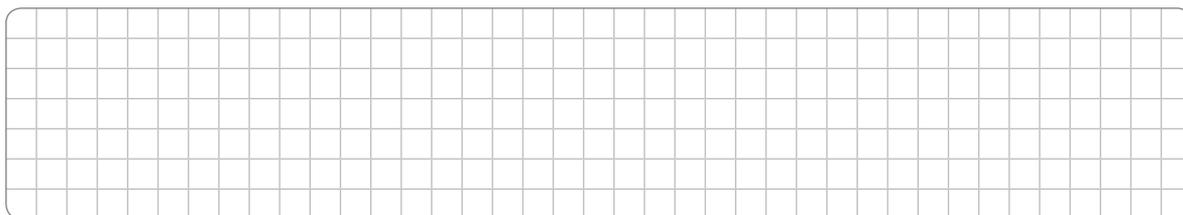
b. Determina la expresión que representa el área de un círculo de radio $2a + 6b$ cm si $a, b > 0$.



c. Si los lados de un cuadrado, de medida m , se cuadruplican, ¿qué ocurre con el área y su perímetro? ¿Cómo se puede representar su perímetro y área? Justifica.



d. Si un cuadrado de 96 cm de perímetro disminuye la medida de su lado en a cm, ¿cuánto mide el área del nuevo cuadrado?



Evaluación Lección 1

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 4.

La suma de las áreas de dos cuadrados se representa por $(2x^2 + 30x + 113)$ cm². Si el lado de uno de ellos mide $(x + 7)$ cm, ¿cuál es la medida del lado del otro cuadrado?

Luego de elegir la estrategia, el problema se resuelve de la siguiente manera:

A_1 : área del cuadrado de lado $(x + 7)$ cm.

A_2 : área del otro cuadrado.

$$\begin{aligned}A_1 + A_2 &= 2x^2 + 30x + 113 \\(x + 7)(x + 7) + A_2 &= 2x^2 + 30x + 113 \\x^2 + 14x + 49 + A_2 &= 2x^2 + 30x + 113 \\A_2 &= 2x^2 + 30x + 113 - x^2 - 14x - 49 \\A_2 &= x^2 + 16x + 64 \\A_2 &= (x + 8)(x + 8)\end{aligned}$$

- ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - La suma de las áreas de los cuadrados.
 - La medida del lado de uno de los cuadrados.
 - La suma de las áreas de los cuadrados y la medida del lado de uno de ellos.
 - La suma de los perímetros de los cuadrados y la medida del lado de uno de ellos.
- ¿Qué es lo que se pregunta?
 - El área de los cuadrados.
 - La medida del lado del otro cuadrado.
 - El área del cuadrado cuya medida de su lado no se conoce.
 - La suma de las medidas de los lados de los cuadrados.
- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - Hacer un dibujo.
 - Plantear una ecuación.
 - Plantear una inecuación.
 - Usar una representación gráfica.
- ¿Cuál es la respuesta al problema?
 - $(x + 8)$ cm
 - $(x + 7)(x + 7)$ cm
 - $(x + 8)(x + 8)$ cm
 - $(x^2 + 16x + 64)$ cm

A partir de la siguiente información responde las preguntas de la 5 a la 10.

La medida del largo de un rectángulo es tres unidades mayor que la medida de su ancho, que se representa por $(6x - 2)$ cm. ¿Cuál es el triple del perímetro?

5. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. La medida del ancho del rectángulo.
 - B. El área y el perímetro del rectángulo.
 - C. La medida del largo con respecto a la del ancho del rectángulo.
 - D. La medida del largo con respecto a la del ancho y la medida del ancho del rectángulo.
6. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. El perímetro del rectángulo.
 - B. La medida del largo del rectángulo.
 - C. El triple del perímetro del rectángulo.
 - D. La diferencia entre la medida del largo y del ancho del rectángulo.
7. ¿Cuál es la expresión que representa el largo del rectángulo?
- A. $(6x - 1)$ cm
 - B. $(6x + 1)$ cm
 - C. $(6x - 5)$ cm
 - D. $(6x + 5)$ cm
8. ¿Cuál es la expresión que representa el área del rectángulo?
- A. $(36x^2 - x - 2)$ cm²
 - B. $(36x^2 + 6x + 2)$ cm²
 - C. $(36x^2 - 6x - 2)$ cm²
 - D. $(36x^2 - 18x + 2)$ cm²
9. ¿Cuál es la expresión que representa el perímetro del rectángulo?
- A. $(24x - 2)$ cm
 - B. $(24x + 2)$ cm
 - C. $(12x - 1)$ cm
 - D. $(12x - 2)$ cm
10. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. $(36x + 6)$ cm
 - B. $(36x - 6)$ cm
 - C. $(72x + 6)$ cm
 - D. $(72x - 6)$ cm

Reflexiona y responde

- ¿Qué pregunta crees que es la más difícil?, ¿por qué? ¿Con qué contenido se relaciona?
- Lo que has usado sobre expresiones algebraicas, ¿con qué conocimiento previo lo relacionaste?

- c. A una reunión asistieron 42 personas. Si la cantidad de mujeres era el doble que la de hombres, y el número de niños el triple que el de hombres, ¿cuántas mujeres, hombres y niños había?

- d. Daniel compró un cuaderno en \$750 y cinco lápices iguales. En total pagó \$1 200. ¿Cuál es el precio de cada lápiz?

- e. De una cuerda de 12 m de longitud se cortan cinco trozos iguales para hacer un trabajo de artes y sobran 2,5 m. ¿Cuál es la longitud de cada trozo de cuerda que se cortó?

- f. Beatriz fue a comprar $\frac{1}{2}$ kg de pan y $\frac{1}{4}$ kg de jamón. Gastó en total \$1 190. Si el kilo de pan cuesta \$820, ¿cuánto cuesta 1 kg de jamón?

- g. En un canasto hay 51 limones distribuidos en tres bolsas. La primera tiene 9 limones menos que la tercera y la segunda 6 más que la tercera. ¿Cuántos limones hay en la bolsa?

- h. ¿Cuál es el largo de un rectángulo que mide 32 cm de ancho si su área es equivalente a la de un cuadrado de 48 cm de lado?

Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

5. Al resolver la ecuación $x + 4 = 2(x - 13) + 1$, ¿cuál es el valor de x ?
- A. $\frac{9}{12}$
 - B. $\frac{23}{2}$
 - C. 29
 - D. 31
6. Las edades de tres hermanos que nacieron cada dos años suman 36. ¿Cuál es la edad del hermano mayor?
- A. 8 años.
 - B. 10 años.
 - C. 12 años.
 - D. 14 años.
7. La solución de la ecuación $3x - 4 = 3x - 4 \cdot (2x - 1)$ es:
- A. 0
 - B. 1
 - C. 2
 - D. 4
8. El enunciado "Ana compró una lámpara que costaba \$5 000 menos que una silla, y un mueble que costó el doble de la misma silla" se puede plantear como una ecuación si se sabe que Ana gastó \$70 000 en esas tres cosas. ¿Cuál es la ecuación?
- A. $(x - 5\,000) + 2x = 70\,000$
 - B. $(x - 5\,000) + 2x + x = 70\,000$
 - C. $(x + 5\,000) + 2x + x = 70\,000$
 - D. $(x - 5\,000) + 2 + x = 70\,000$
9. ¿Cuál de los siguientes problemas se representa mediante la ecuación $7\,800 - 2x = 5\,800$?
- A. Dos cuadernos cuestan \$5 800. ¿Cuánto dinero me sobraré si pago con \$7 800?
 - B. Dos cuadernos cuestan \$7 800. ¿Cuánto dinero tenía si me sobran \$5 800?
 - C. ¿Cuál es el precio de dos cuadernos si tenía \$7 800 y me dieron de vuelto \$5 800?
 - D. Si tengo \$7 800 y compro dos cuadernos en \$5 800, ¿cuánto dinero me sobra?

Inecuaciones

1. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a. $7 + 3x < 19$ _____

e. $-12 < 4 - 2x$ _____

b. $4 - 2x > -5$ _____

f. $6 - 5x > 8$ _____

c. $13 < 19 - 5y$ _____

g. $4 - x < 18$ _____

d. $8 + 3x > -6$ _____

h. $x - 2 \cdot (x - 3) > 0$ _____

2. Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- a. El sentido de una desigualdad se invierte si se suma o resta un mismo número en ambos lados de la desigualdad.

Justificación: _____

- b. $x + 4 < 0$ no tiene solución en los números naturales.

Justificación: _____

- c. Una inecuación con una incógnita siempre tiene solución.

Justificación: _____

- d. Si a es un número tal que $0 < a < 1$, entonces siempre se cumple que $a^2 - 1 < 0$.

Justificación: _____

3. El sobrepeso es un problema de salud que puede prevenirse. La siguiente expresión relaciona la masa corporal m (en kilos) con la estatura a (en centímetros) que puede alcanzar una persona. $400 \cdot m = a^2$.

- a. Calcula la masa corporal límite que puede alcanzar una persona de 1,8 m de estatura.

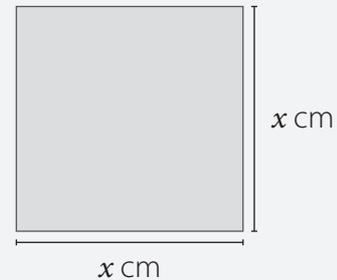
- b. Determina la estatura para una masa corporal límite de 60 kg.

6. ¿Cuál de las siguientes inecuaciones tiene como solución los números mayores que 7?
- A. $5 - x > 7$
 - B. $4x - 20 < 8$
 - C. $3x - 19 > 2$
 - D. $7x > 0$
7. ¿Cuál es el conjunto solución de $2 > 6a - 10$?
- A. $a > 2$
 - B. $a < 2$
 - C. $a > 86$
 - D. $a < 86$
8. El triple de la edad de Julieta más 4 años es inferior a 16 años. ¿Qué edad puede tener Julieta?
- A. 3 años.
 - B. 5 años.
 - C. 12 años.
 - D. 16 años.
9. Si $a > b + c$, entonces se cumple que:
- A. $a - c > b$
 - B. $a - b < c$
 - C. $a + c < b$
 - D. $a + b < c$
10. ¿Cuál de los siguientes números no pertenece al conjunto solución de $-5 < 17 - 2x$?
- A. 0
 - B. 4
 - C. 9
 - D. 11
11. Emiliano dice: "Mi edad dentro de 5 años será superior a 20 años. Y pensar que hace 6 años todavía no cumplía 11 años". ¿Qué edad puede tener Emiliano?
- A. 15 años.
 - B. 16 años.
 - C. 17 años.
 - D. 18 años.

Evaluación Lección 2

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 6.

Un tercio de la medida del lado de un cuadrado aumentada en 12 cm es 17 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?



- ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - El área del cuadrado.
 - El perímetro del cuadrado.
 - La suma de los lados del cuadrado.
 - Las restricciones de la medida del lado del cuadrado.
- ¿Qué es lo que se pregunta?
 - El área del cuadrado.
 - Un tercio del área del cuadrado.
 - La medida del lado del cuadrado.
 - El triple de la medida del lado del cuadrado.
- ¿Cuál de las siguientes expresiones permite resolver el problema?

A. $3x + 12 = 17$	C. $\frac{x}{3} + 12 = 17$
B. $3x + 12x = 17$	D. $\frac{x}{3} - 12 = 17$
- ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado?

A. 12 cm	C. 17 cm
B. 15 cm	D. 29 cm
- ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?

A. 60 cm	C. 125 cm
B. 68 cm	D. 225 cm
- ¿Cuál es la respuesta al problema?

A. 144 cm^2	C. 289 cm^2
B. 225 cm^2	D. 900 cm^2

A partir de la siguiente información responde las preguntas de la 7 a la 12.

En un tour por una ciudad se realizan recorridos con grupos de a lo más 20 personas y como mínimo 10. Si debe haber por lo menos 6 adultos, ¿cuántos niños pueden realizar el tour en cada grupo?

7. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. La cantidad máxima de personas que puede realizar el tour.
 - B. La cantidad máxima y la mínima de personas que puede realizar el tour.
 - C. La cantidad mínima de personas que puede realizar el tour y la cantidad de adultos que debe haber.
 - D. La cantidad máxima y la mínima de personas que puede realizar el tour y la cantidad de adultos que debe haber.
8. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. La cantidad de niños que pueden realizar el tour en cada grupo.
 - B. La cantidad de adultos que pueden realizar el tour en cada grupo.
 - C. La cantidad de niños y adultos que pueden realizar el tour en cada grupo.
 - D. La cantidad de grupos que se pueden formar con el total de personas.
9. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. Hasta 14 niños.
 - B. Hasta 20 adultos.
 - C. Desde 4 hasta 14 niños.
 - D. Desde 6 hasta 20 adultos.
10. ¿Cuántos adultos, como máximo, pueden conformar un grupo?
- A. 6 adultos.
 - B. 10 adultos.
 - C. 14 adultos.
 - D. 20 adultos.
11. Si un grupo está conformado por el mínimo de personas permitido y hay 8 adultos, ¿cuántos niños hay?
- A. 1 niño.
 - B. 2 niños.
 - C. 8 niños.
 - D. 12 niños.
12. Si un grupo está conformado por el máximo de personas permitido y hay 8 niños, ¿cuántos adultos hay?
- A. 6 adultos.
 - B. 8 adultos.
 - C. 12 adultos.
 - D. 20 adultos.

Reflexiona y responde

- ¿Qué semejanzas y diferencias existen entre ecuaciones e inecuaciones? Ejemplifica.
- ¿Cómo puedes comprobar el resultado de una ecuación?, ¿y de una inecuación?

Lección 3 Funciones

Concepto y representación de una función

1. Determina si las siguientes relaciones son o no funciones. Si no fueran, muestra un contraejemplo.

a. El volumen de un cubo y la longitud de una de sus aristas.

b. Un número y su antecesor.

c. La edad que cumple una persona en cierto año.

d. El área de un rectángulo y la medida del largo.

e. El número de habitantes de un país y la extensión de su territorio.

2. Para cada una de las siguientes funciones, calcula:

a. $f(x) = 7x$ $f(0) = \square$ $f(1) = \square$ $f(3) = \square$ $f(7) = \square$ $f(9) = \square$

b. $f(x) = -2x + 3$ $f(0) = \square$ $f(1) = \square$ $f(3) = \square$ $f(7) = \square$ $f(9) = \square$

c. $f(x) = 3(x - 5)$ $f(0) = \square$ $f(1) = \square$ $f(3) = \square$ $f(7) = \square$ $f(9) = \square$

3. Determina el recorrido de cada función. Justifica en cada caso.

a. Sea la función $f(x) = x + 8$, y su dominio los números pares mayores que 5 y menores que 15.

b. Sea la función $f(x) = \frac{x+6}{3}$, y su dominio esté formado por los múltiplos de 3 menores que 30 y mayores o iguales que 15.

4. Escribe la función que relaciona las variables en cada caso.

a.

x	2	3	4	5	6
y	8	12	16	20	24

b.

x	0	1	2	3	4
y	3	2	1	0	-1

5. Explica con tus propias palabras los siguientes conceptos:

a. Dominio de una función.

b. Función creciente.

c. Variable dependiente.

d. Gráfica de una función.

6. Dibuja dos diagramas sagitales que representen una función y dos que no la representen.

Diagramas que sí representan una función.		Diagramas que no representan una función.	

7. Tamara tiene 70 chocolates para vender. La ganancia que obtiene se puede calcular mediante la función $g(c) = 150c - 300$, donde c representa la cantidad de chocolates vendidos.

a. ¿Cuál es el dominio de la función?

b. ¿Cuál es el recorrido de la función?

c. ¿Cuántos chocolates debe vender Tamara como mínimo para obtener ganancias?

d. ¿Qué puede significar el número 300 en la función que representa la ganancia?

e. Si Tamara vende todos los chocolates, ¿cuánto dinero gana?

Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

8. Fabiola tiene 100 dulces para regalar. ¿Qué función determina la cantidad (c) de dulces que le quedan si regala 2 a cada niño (n) que encuentra?

A. $c = n - 2$

B. $c = 100 - n$

C. $c = 100 - 2n$

D. $c = 2 + 100n$

9. Sobre la expresión $y = 5x + 2$, ¿qué afirmación es falsa?

A. Esta relación no es función.

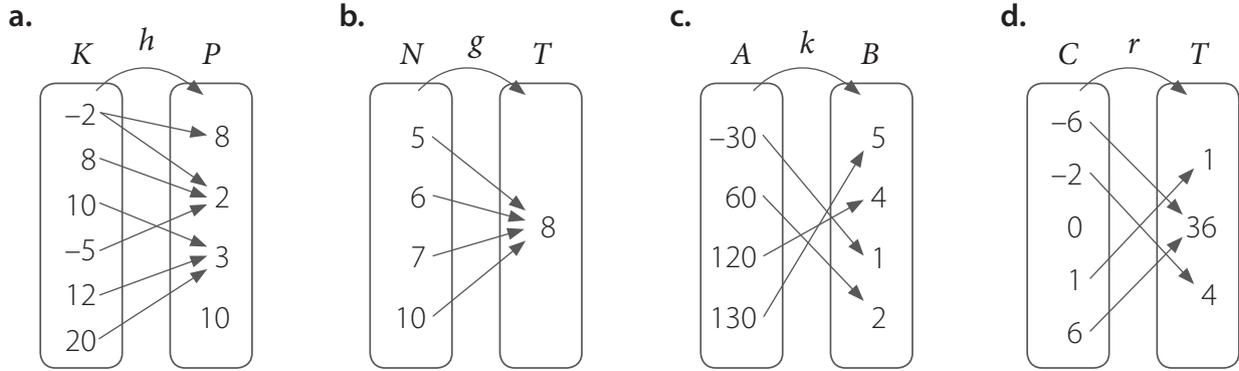
B. La variable dependiente es y .

C. La variable independiente es x .

D. y está en función de x .

10. ¿Cuál de las siguientes funciones puede tener como dominio el conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ y como recorrido el conjunto $\{3, 5, 7, 9, 11\}$?
- A. $f(x) = 2x + 3$
 - B. $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{x}{2}$
 - C. $f(x) = 11 - x$
 - D. $f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{11}{2}$
11. En promedio, el corazón de un adulto palpita 8 veces en 6 segundos. ¿Cuál es la función que expresa la cantidad de palpitaciones de un adulto en m segundos?
- A. $p(m) = \frac{8m}{6}$
 - B. $p(m) = \frac{6m}{8}$
 - C. $p(m) = \frac{6}{8m}$
 - D. $p(m) = \frac{8}{6m}$
12. El perímetro de un triángulo equilátero se puede representar por la función $P(a) = 3a$, donde P es su perímetro y a la medida del lado. ¿Cuánto mide el lado del triángulo si su perímetro es 54 cm?
- A. 27 cm
 - B. 108 cm
 - C. 18 cm
 - D. 162 cm
13. ¿Cuál de las siguientes frases es correcta?
- A. El dominio de una función es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable dependiente.
 - B. Si el dominio de la función $y = 3x$ es el conjunto de los números naturales, su recorrido está compuesto por los divisores de tres.
 - C. El recorrido de una función es el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente.
 - D. La relación entre un número natural y su doble es una función que algebraicamente se representa como $y = 2x$.

14. Observa los siguientes diagramas sagitales y determina aquellos que representen una función.



15. Construye un diagrama sagital que represente una función y otro que no represente una función.

16. Si en la tabla se ha representado la función f , responde.

x	1	2	3	4
y	3	5	7	5

a. ¿Cuáles son los elementos que forman el dominio de esta función?

b. ¿Cuáles son los elementos que forman el recorrido de esta función?

c. ¿Cuál es la imagen de 3?

d. ¿Hay algún elemento en el dominio que tenga dos imágenes?, ¿cuál?

17. Determina si las siguientes relaciones son o no funciones. Justifica tu elección.

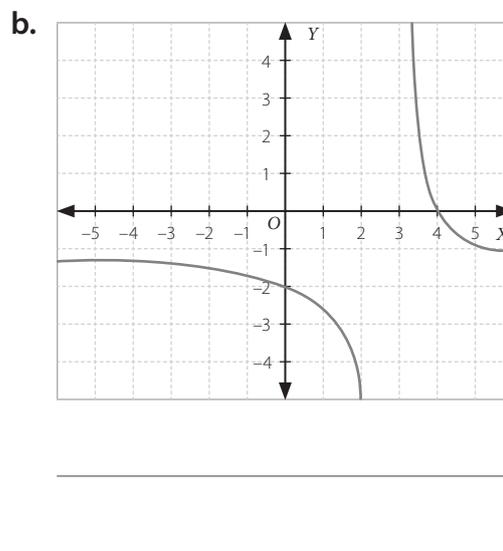
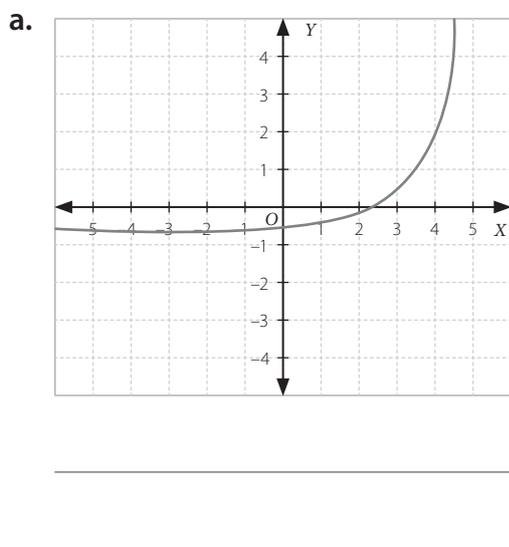
a.

x	y
1	2
2	3
3	3
4	5

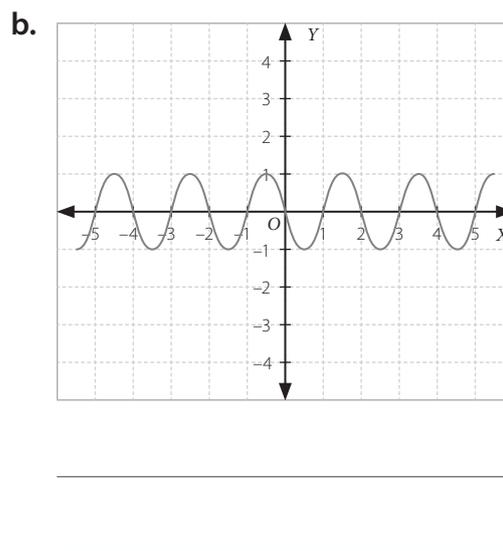
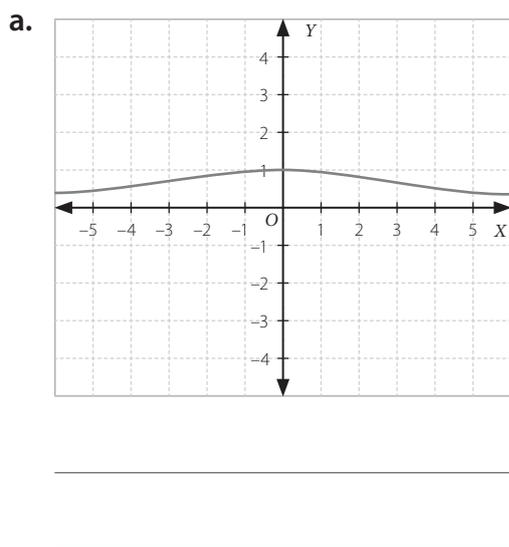
b.

x	y
2	3
2	4
3	5
4	6

18. Observando cada gráfica, determina el dominio de las siguientes funciones:



19. Observando cada gráfica, determina el recorrido de las siguientes funciones:



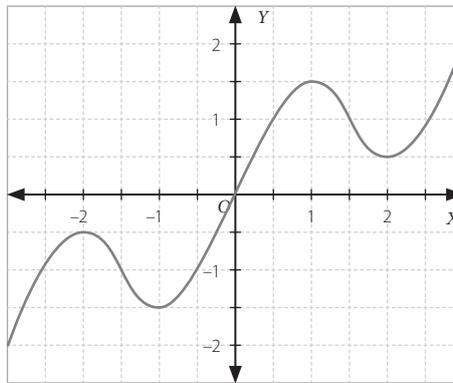
20. Un panadero elaboró 144 alfajores y quiere envasarlos en cajas que contengan la misma cantidad de unidades. ¿Cuántas cajas podría armar según la cantidad de alfajores que se indican en la tabla?

Cantidad de alfajores por caja	6	12	18	24
Cantidad de cajas				

a. ¿Podría repartir todos los alfajores si cada caja tiene 15 alfajores?, ¿por qué?

b. ¿Cuántos alfajores tendría que envasar en cada caja si contara con 9 cajas iguales?

21. Analiza el gráfico de la función f y luego responde.



a. ¿Entre qué valores la función es creciente? Justifica.

b. ¿Entre qué valores la función es decreciente? Justifica.

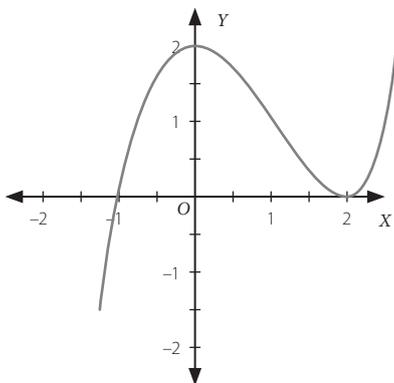
c. ¿Cuál es la imagen de -2 ? _____

d. ¿Cuál es la preimagen de $1,5$? _____

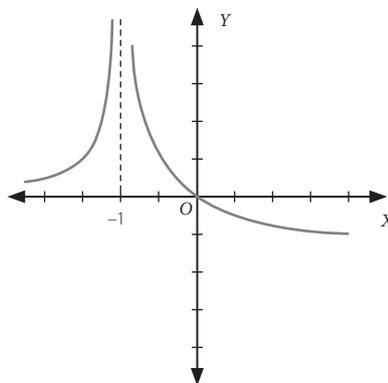
e. ¿Para qué valores de x los valores de y son positivos y para qué valores son negativos?

22. Determina para cuáles valores de x cada función es creciente y para cuáles es decreciente.

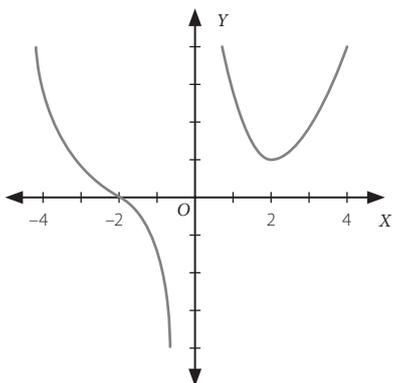
a.



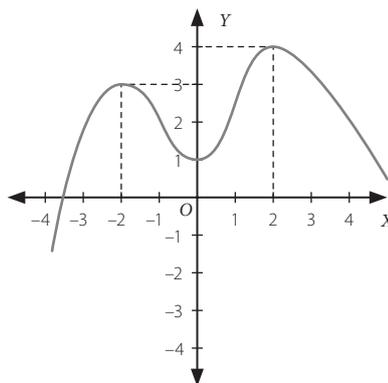
c.



b.



d.

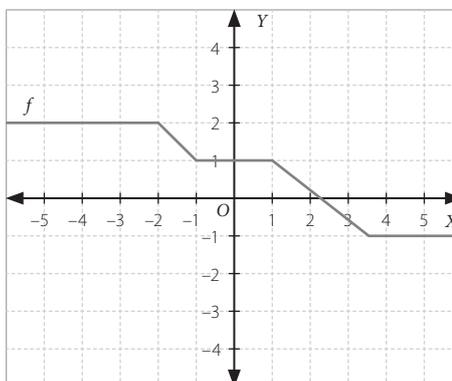


Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

23. De acuerdo a la gráfica de la función f de la figura, ¿cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- I. $f(-2) + f(2) = 0$
- II. $f(1) = f(-1)$
- III. $f(2) = f(-1) + f(3)$

- A. Solo I
- B. Solo II
- C. Solo III
- D. Solo II y III



Función lineal

1. Indica si las siguientes magnitudes se podrían representar con una función lineal. Justifica en cada caso.

a. El lado de un cuadrado y su perímetro.

b. El número de gallinas en un gallinero y la cantidad de huevos que producen al día.

c. El número de panes que se va a cocinar y la cantidad de harina que se va a utilizar en su preparación.

d. La estatura de una persona (en centímetros) y su masa corporal (en kilos).

2. Considera que la cantidad de baldosas (b) para cubrir el piso de un casino depende del tamaño de las baldosas, es decir, del área (a) que cubre cada una de ellas.

a. Completa la siguiente tabla:

$a(m^2)$	0,25	0,16	0,10	0,04
b	1 600			

b. Escribe una función que relacione las variables del problema.

c. ¿Cuántas baldosas cuadradas de lado 20 cm se requieren para cubrir el casino?

d. Si se utiliza un tipo de baldosa que cubre $0,16 m^2$ y cuyo costo unitario es de \$300, ¿cuánto habrá que pagar por las baldosas necesarias para cubrir el casino?

3. Responde las siguientes preguntas.

a. Si f es una función lineal, ¿cuál es el valor de $f(0)$?, ¿cómo lo calculaste?

b. ¿Qué ocurre con una función lineal si el valor de su pendiente es negativo?

4. El rendimiento de un auto en carretera es 14 km por litro, como se representa en la siguiente tabla.

$b(\text{L})$	1	5	10
$d(\text{km})$	14	70	140

a. Identifica la variable independiente y la dependiente.

b. Escribe una función que relacione las variables del problema.

c. Calcula la distancia que puede recorrer el auto con la bencina disponible:

• 11 L _____

• 30 L _____

d. Determina cuántos litros de bencina necesita para recorrer:

• 28 km _____

• 350 km _____

e. Si el litro de bencina cuesta \$700, ¿qué costo en bencina tiene viajar 154 km?

f. ¿Cuál es el costo aproximado de viajar desde Valdivia hasta Puerto Montt si la distancia entre estas ciudades es de 210 km?

5. Verifica si para la función lineal $f(x) = -3 \cdot x$ se cumplen las siguientes propiedades.

a. $f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$ para $x = 6$ y $k = 5$.

b. $f(x + z) = f(x) + f(z)$ para $x = 4$ y $z = -9$.

c. $f(x - k \cdot z) = f(x) - k \cdot f(z)$ para $x = -3$, $k = 7$ y $z = 12$.

d. $k \cdot f(x + z) = k \cdot f(x) + k \cdot f(z)$ para $x = -7$, $z = 8$ y $k = -4$.

6. Marcelo analiza las cuentas de electricidad de su casa. En enero, su consumo fue de 135 kWh (kilowatt-hora), y tuvo que pagar \$ 16 850; en cambio, en febrero bajó su consumo a 108 kWh, y tuvo que pagar \$ 13 610. Finalmente, en marzo, su consumo aumentó a 150 kWh.

a. Los valores correspondientes al precio por pagar y los kWh consumidos ¿son directamente proporcionales?, ¿por qué?

b. Si las tarifas no cambian en el transcurso de los meses, ¿qué función modela el valor por pagar en términos de la cantidad de kWh consumidos?, ¿es una función lineal?

c. Si las tarifas no han cambiado, ¿cuánto pagaría Marcelo en su cuenta de marzo?

d. Si Marcelo no quiere pagar más de \$15 000 por su cuenta de electricidad, ¿cuántos kWh debería consumir como máximo?

7. Juan vende helados y gana \$150 por cada helado vendido.

a. Completa la siguiente tabla:

Helados vendidos	15	20	30
Ganancia (\$)			

b. Escribe la función correspondiente a la situación.

c. Si Juan ganó \$ 24 000, ¿cuántos helados vendió?

8. Sea una función lineal cuya gráfica pasa por los puntos $(6, 3)$ y $(-2, -1)$.

a. ¿Qué expresión algebraica representa la función f ?

b. ¿La función f es creciente o decreciente?

c. ¿Cuál es el valor de $f(-3)$ y de $f(8)$?

9. Sea una función lineal cuya gráfica pasa por los puntos $(-1, 4)$ y $(2, -8)$.

a. ¿Qué expresión algebraica representa la función f ?

b. ¿La función es creciente o decreciente?

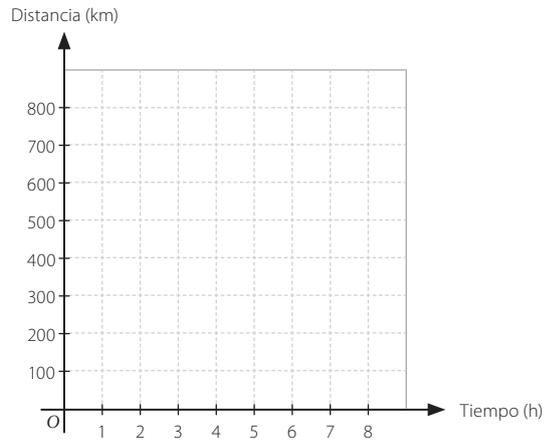
c. ¿Cuál es el valor de $f(-10)$ y de $f(5)$?

10. El 8° A irá a una ciudad del sur de Chile en gira de estudios. Los apoderados quieren que el lugar de destino sea sorpresa y la única información que les dan es que si el bus va a 80 km/h, tardarían 8 horas en llegar.

a. ¿A qué distancia se encuentran del lugar de destino?

b. Completa la siguiente tabla que indica la distancia que han recorrido y el tiempo transcurrido. Haz el gráfico correspondiente.

Tiempo (h)	Distancia (km)
3	
4	
6	480
	560
8	



c. ¿Cuál es la función que relaciona el tiempo y la distancia en este caso?, ¿cuál es su dominio?

d. ¿A qué distancia está el vehículo después de 5 horas?

e. Si el vehículo ya ha recorrido 320 km, ¿cuánto tiempo ha transcurrido?

f. Si unes los puntos del gráfico, ¿qué obtienes?

Marca la opción correcta.

11. En una cuenta telefónica se cobra un cargo fijo de \$300, y por cada minuto adicional se cobran \$100. ¿Cuál función representa el cobro de esta cuenta telefónica?

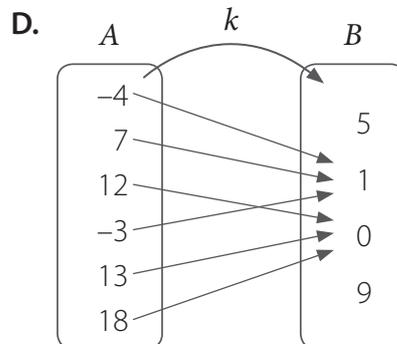
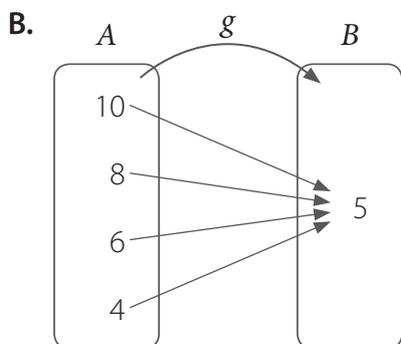
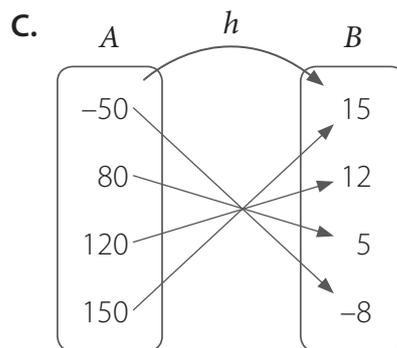
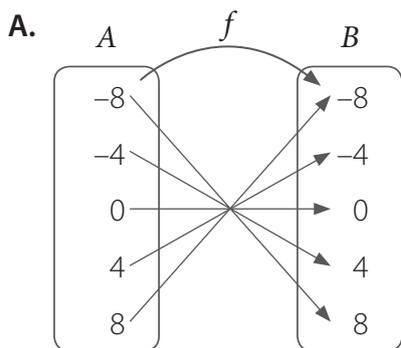
A. $y = 300x$

C. $y = 300 + 100x$

B. $y = 100x$

D. $y = 100 + 300x$

12. ¿Cuál de los siguientes diagramas sagitales representa una función lineal?



13. Si 10 kilos de harina corresponden aproximadamente a 11 libras de harina, ¿cuál de las siguientes funciones relaciona la masa M expresada en kilos (k) con la masa expresada en libras (l)?

A. $M(k) = \frac{11}{10l}$

C. $M(k) = \frac{11l}{10}$

B. $M(k) = \frac{10}{11l}$

D. $M(k) = \frac{10l}{11}$

14. El siguiente diagrama sagital representa la función f . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

I. f es función lineal.

II. $\text{dom } f = \{2, 4, 6\}$

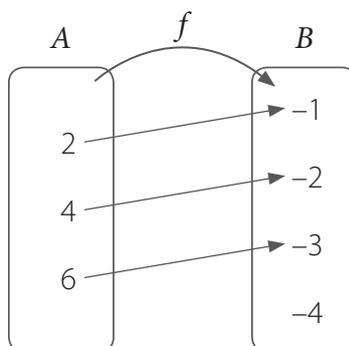
III. $\text{rec } f = \{-1, -2, -3, -4\}$

A. Solo I

B. Solo II

C. Solo I y II

D. Solo II y III



Función afín

1. Indica si las siguientes magnitudes se podrían representar con una función afín. Justifica en cada caso.

a. Un número natural y su inverso multiplicativo.

b. El número de cuadernos iguales que se guardan en una caja y la masa total de los cuadernos con la caja.

c. La distancia recorrida y el tiempo utilizado (a velocidad constante).

d. La cantidad de dinero y el número de monedas necesarias para formar esa cantidad.

2. Responde las siguientes preguntas.

a. Si f es una función afín, ¿qué representa el coeficiente de posición?

b. ¿En qué se diferencia una función afín de una lineal? Explica y da un ejemplo de cada una.

c. ¿En qué se diferencia la gráfica de una función lineal con la de una función afín? Da un ejemplo.

d. Para una función afín, ¿cómo se determina la intersección de la gráfica de la función con el eje Y ? ¿Y con el eje X ?

3. Clasifica las siguientes funciones en lineal o afín.

a. $f(x) = 4 \cdot x + 4$ _____

d. $f(x) = \frac{2}{3} \cdot x$ _____

b. $g(x) = -0,5 \cdot x$ _____

e. $g(x) = 3 + x$ _____

c. $h(x) = 1 - 2 \cdot x$ _____

f. $h(x) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot x$ _____

4. Determina para cada función el valor de la pendiente y las coordenadas del punto en que su gráfica corta al eje Y.

a. $f(x) = -2 \cdot x + 7$ _____

c. $g(x) = -4,5 \cdot x + 2,5$ _____

b. $g(x) = 5 \cdot x - 10$ _____

d. $h(x) = -\frac{2}{5} \cdot x - \frac{3}{4}$ _____

5. Bastián tiene \$4000 y Belén, \$2000. Su madre empieza a darles \$2000 mensuales a cada uno para incentivarlos a ahorrar.

a. Completa la tabla con la cantidad de dinero que llevan ahorrado Bastián y Belén.

Mes	1	2	3	4	5
Bastián (\$)	6000	8000			
Belén (\$)	4000				

b. La cantidad de dinero que tiene Bastián, ¿es proporcional a la que tiene Belén? Justifica.

c. Representa mediante funciones la situación anterior.

6. Francisca prepara mermelada de damascos para compartir con su familia. Para estimar cuántos kilos de fruta descarozaada obtiene del total de fruta, ella considera que de 4 kg de damascos se consiguen 3 kg de fruta descarozaada.

a. La función que modela la situación anterior, ¿es lineal o afín? Justifica.

b. Si Francisca compra 5 kg de damascos, ¿cuánta fruta descarozaada obtiene?

7. Antonio compara las promociones de una pizza napolitana individual en diferentes lugares.

Pizzería	Valor pizza napolitana (\$)	Valor ingrediente adicional (\$)	Despacho a domicilio (\$)
A	3 590	540	1 000
B	3 990	450	1 200
C	4 490	400	1 500

a. ¿Cuánto costarán 3 pizzas en cada lugar?, ¿y 7 pizzas?

b. ¿Cuál es la función que modela el precio de x pizzas para cada lugar?

c. Si se quieren incluir 3 ingredientes adicionales, ¿cuánto costarán 5 pizzas en cada lugar?, ¿dónde es más conveniente?

d. ¿Cuál es la función que representa el precio con despacho a domicilio de x pizzas para cada lugar?

8. En una piscina hay 36 000 L de agua y se empieza a vaciar a razón de 10 litros por minuto.

a. Escribe una función que relacione la cantidad de agua (a) que se vacía y el tiempo (t) que se demora en hacerlo.

b. ¿Cuántos litros se vaciaron en 15 horas?

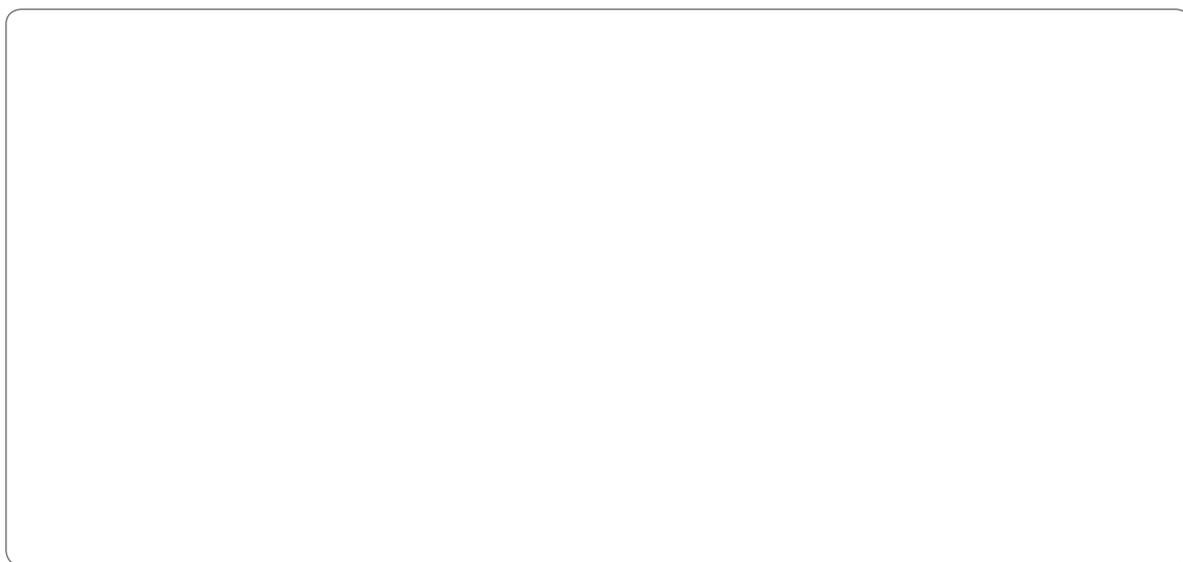
c. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que quede la mitad de agua en la piscina?

9. Rodrigo quiere organizar una fiesta y cuenta con dos empresas de eventos. Cada empresa tiene las siguientes tarifas para el alquiler del salón y para el menú por persona.

Empresa	Salón	Menú
A	\$600 000	\$10 000
B	\$500 000	\$15 000

- a. Escribe la función lineal o afín que representa las tarifas de la empresa *A*, y la que representa las tarifas de la empresa *B*.

- b. Traza la gráfica de ambas rectas. ¿Cuál es su punto de intersección?



- c. Determina cuál empresa es más conveniente para Rodrigo si desea invitar a 80 personas.

Marca la opción correcta.

10. La temperatura inicial de un proceso químico es de 25 °C y aumenta en 0,2 °C cada 1 minuto. ¿Cuál de las siguientes funciones relaciona la temperatura T del proceso con el tiempo t transcurrido desde que se inició el experimento?

- A. $T(t) = 0,2t - 25$
B. $T(t) = 25t + 0,2$
C. $T(t) = t + 25$
D. $T(t) = 0,2t + 25$

Evaluación Lección 3

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 4.

El sueldo fijo mensual de un vendedor de artículos electrónicos es de \$380 000 más una comisión de \$4 200 por cada artículo vendido. ¿Cuál será el sueldo del trabajador si un mes vende 73 artículos?

Luego de elegir la estrategia, el problema se resuelve de la siguiente manera:

$$f(x) = 380\,000 + 4\,200 \cdot x$$

$$f(73) = 380\,000 + 4\,200 \cdot 73$$

1. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - A. El sueldo fijo mensual del vendedor.
 - B. Lo que gana de comisión por la venta de los artículos.
 - C. El sueldo fijo mensual del vendedor, lo que gana de comisión por la venta de los artículos y la cantidad de artículos vendidos.
 - D. El sueldo fijo mensual del vendedor, lo que gana de comisión por la venta de los artículos y los meses que trabaja.
2. ¿Qué es lo que se pregunta?
 - A. El sueldo que recibe el trabajador al vender 73 artículos.
 - B. El sueldo que recibe el trabajador sin comisión.
 - C. La comisión que recibe el trabajador al vender 73 artículos.
 - D. El sueldo fijo que recibe el trabajador al vender 73 artículos.
3. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - A. Ensayo y error.
 - B. Hacer un dibujo.
 - C. Utilizar una función.
 - D. Plantear una inecuación.
4. ¿Cuál es la respuesta al problema?
 - A. Recibirá \$1 066 600.
 - B. Recibirá \$686 600.
 - C. Recibirá \$380 000.
 - D. Recibirá \$306 600.

A partir de la siguiente información, marca la respuesta correcta en las preguntas 5 a la 10.

En una piscina hacen promociones en el valor de la entrada si ingresan más de tres personas: se cancelan \$7 000 por las primeras tres personas más \$1 500 por persona adicional. ¿Cuánto se deberá pagar si ingresa un grupo de 8 personas?

5. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. El valor de la entrada por tres personas.
 - B. El valor de la entrada por persona adicional.
 - C. El valor de la entrada por ocho personas adicionales.
 - D. El valor de la entrada por tres personas y por cada persona adicional.
6. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. Lo que se debe pagar por 8 personas.
 - B. Lo que se debe pagar por 11 personas.
 - C. Lo que se debe pagar por las primeras 3 personas.
 - D. Lo que se debe pagar por 8 personas adicionales.
7. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. Se pagarán \$7 500.
 - B. Se pagarán \$12 000.
 - C. Se pagarán \$14 500.
 - D. Se pagarán \$19 000.
8. ¿Cuánto deberá pagar un grupo de 12 personas?
- A. \$13 500
 - B. \$18 000
 - C. \$20 500
 - D. \$25 000
9. Por el ingreso después de las 13:00 h el precio de la entrada es \$1 200 por persona adicional. ¿Cuánto pagaría un grupo de 8 personas si ingresa a las 14:00 h?
- A. \$16 600
 - B. \$27 000
 - C. \$9 600
 - D. \$6 000
10. Si otro grupo pagó \$23 500, ¿cuántas personas ingresaron?
- A. 4 personas.
 - B. 11 personas.
 - C. 14 personas.
 - D. 16 personas.

Reflexiona y responde

- ¿Qué pregunta te resultó fácil de responder? ¿Por qué crees que ocurre esto?
- ¿Cómo puedes relacionar una función con una expresión algebraica?

Evaluación final

1. Resuelve cada ecuación o inecuación.

a. $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x = 10$

b. $3 \cdot (12x - 10) + 25 > 5 + 4x$

2. Identifica la pendiente (m) y el coeficiente de posición (n) de las siguientes funciones afines.

a. $f(x) = 10 + x$

$m =$

$n =$

b. $g(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$

$m =$

$n =$

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Tres cuartos de un número, aumentado en ocho es equivalente a su mitad, disminuido en cinco. ¿Cuál es el número?

b. El doble del área de un triángulo está representado por $x^2 + 4x + 3 \text{ m}^2$. Si su base mide $(x + 1) \text{ m}$, ¿cuánto mide su altura (h)?

- c. La cuarta parte de un número, disminuida en un cuarto es menor que 2. ¿Cuál es el mayor número entero que cumple esta condición?

- d. La cantidad de productos que una fábrica produce en t horas está dada por $p(t) = 28 \cdot t$. ¿Cuánto tiempo se necesitará para fabricar 672 productos?

Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

4. ¿Cuál es el valor de x en la ecuación $3x - 1 = 5x + 2$?

A. $x = -\frac{2}{3}$

C. $x = -\frac{8}{3}$

B. $x = -\frac{3}{2}$

D. $x = -\frac{3}{8}$

5. ¿Cuál es el conjunto solución de $3a < 4 + 5a$?

A. $a > 2$

C. $a > -2$

B. $a < 2$

D. $a < -2$

6. Un vendedor de seguros tiene un sueldo fijo mensual de \$280 000 más un bono de \$35 000 por cada seguro vendido. ¿Cuál es la función que representa el sueldo del vendedor?

A. $y = 35\,000 + 280\,000x$

C. $y = 35\,000x + 280\,000$

B. $y = 315\,000 + x$

D. $y = 315\,000$

Reflexiona y responde

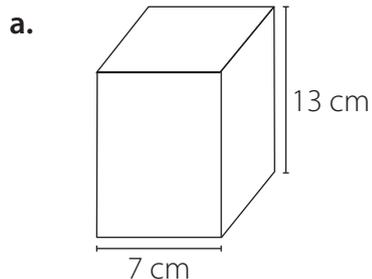
- ¿Qué contenidos de la unidad crees que son los más complejos? ¿Por qué?
- Haz un resumen de los principales contenidos trabajados en la unidad.

Unidad 3 • La geometría del arte

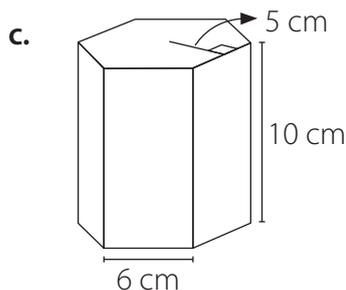
Lección 1 • Área y volumen de prismas y cilindros

Área de prismas y cilindros

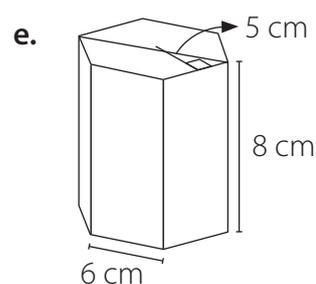
1. Calcula el área total (A_T) de los siguientes prismas rectos cuya base es un polígono regular.



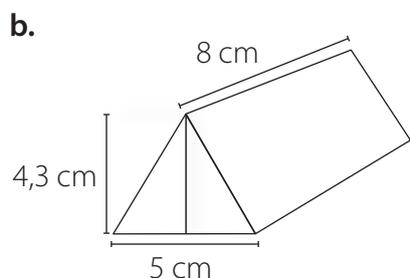
$$A_T = \boxed{}$$



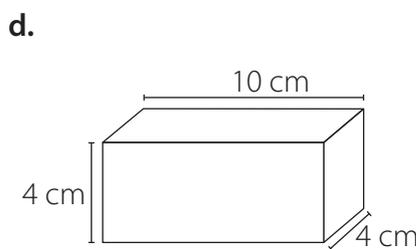
$$A_T = \boxed{}$$



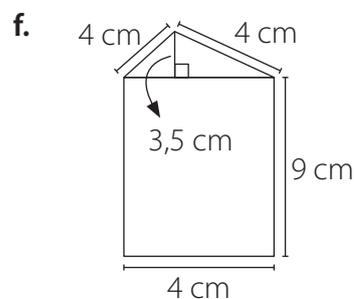
$$A_T = \boxed{}$$



$$A_T = \boxed{}$$

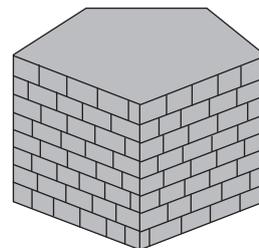


$$A_T = \boxed{}$$



$$A_T = \boxed{}$$

2. Se quiere cubrir con cerámicas rectangulares de 100 cm^2 de superficie toda el área lateral de un pedestal. El pedestal, de forma de prisma pentagonal regular, tiene 15 dm de altura y en la base 8 dm de lado. ¿Cuántas cerámicas se necesitarán para cubrir el área lateral del pedestal?



3. Resuelve los siguientes problemas. Comprueba tus resultados con una calculadora.

- a. Florencia va a pintar varios cubos de 6 cm de arista para formar una torre. Si el rendimiento de una lata de pintura es de 2 m^2 , ¿cuántos cubos alcanza a pintar con una sola lata de pintura?

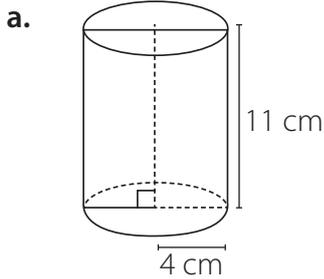
- b. Con el mínimo de papel que se necesita para envolver una caja de 10 cm por 8 cm por 4 cm, ¿se puede envolver un cubo de arista 9 cm? Calcula cuánto falta o cuánto sobra.

- c. Las dimensiones de un pliego de papel son 1 m y 60 cm. Si los pliegos se venden completos y cada uno cuesta \$600, ¿cuánto se gasta en envolver 12 cubos de 20 cm de arista?

- d. Valentina quiere construir con alambres un prisma de base cuadrada y luego forrarlo con tela. Si la base tiene 120 cm de lado y la altura es de 80 cm, ¿cuánto alambre necesita?, ¿y cuánta tela?

- e. ¿Qué cantidad de madera aglomerada se utilizará para hacer una bodega con forma de paralelepípedo recto de dimensiones 1,4 m de largo, 1,2 m de ancho y 2 m de alto?

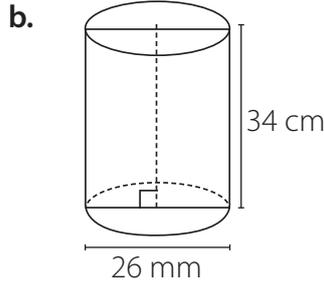
4. Calcula el área pedida en cada caso.



Área basal: _____

Área lateral: _____

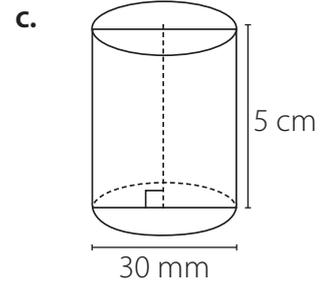
Área total: _____



Área basal: _____

Área lateral: _____

Área total: _____



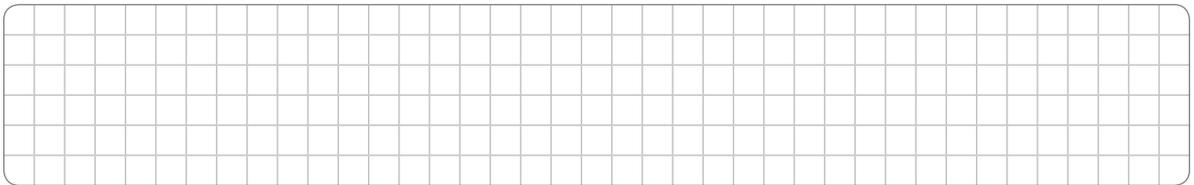
Área basal: _____

Área lateral: _____

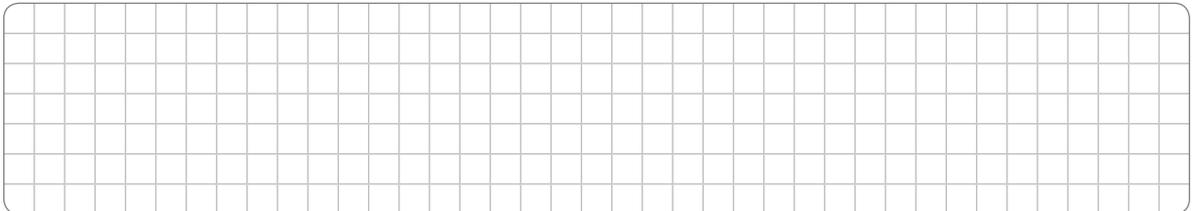
Área total: _____

5. Resuelve los siguientes problemas. Considera $\pi \approx 3,14$.

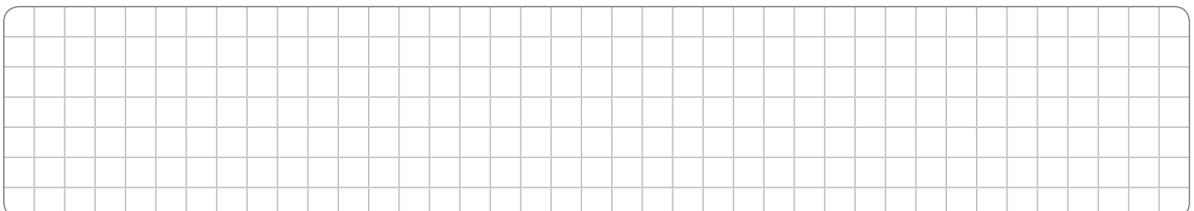
- a. Se necesita poner etiquetas en la cara curva de tarros de conserva de 8 cm de diámetro y 15 cm de altura. Si se debe disponer de 2 cm de largo extra para poder pegar cada etiqueta, ¿cuántos cm^2 de papel se necesitan para cada etiqueta?



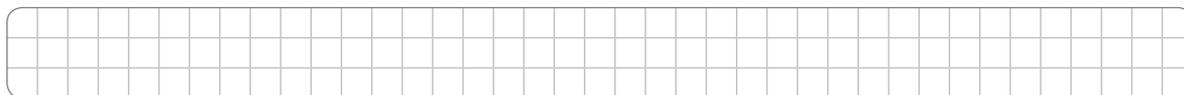
- b. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar por fuera la cara curva de un estanque cilíndrico de 10 m de diámetro y 15 m de altura si cada litro de pintura cubre $4,5 \text{ m}^2$?



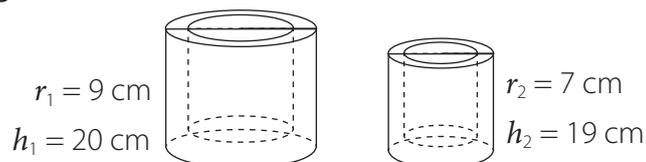
- c. Se construirá un tanque de combustible de 360 m^3 de volumen. Puede construirse en forma de prisma de base cuadrada si mide 36 m^2 de base y altura 10 m, o en forma cilíndrica de 3,3 m de radio y 10 m de altura. Si el costo de la construcción depende del área total del tanque, ¿cuál de las dos formas del tanque es la más conveniente?



- e. El radio del cilindro *A* tiene el doble de la medida del radio del cilindro *B*. Si son de igual altura, ¿en qué razón están sus volúmenes?



9. Don Javier es un artesano y elabora vasos de greda con forma de cilindro cuyas dimensiones se muestran en la figura.

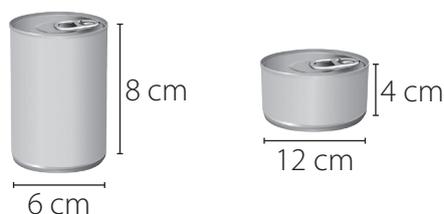


- a. Si están diseñados para que el vaso pequeño se guarde dentro del grande, ¿cuál es la capacidad del vaso grande?

- b. ¿Cuánta greda se ha ocupado para fabricar el vaso grande?

- c. Si el vaso pequeño se fabrica con similar grosor de las paredes y de la base, ¿cuál es su capacidad?

10. En una industria de enlatados se utilizan recipientes con forma cilíndrica para contener alimentos como se muestra en la imagen.



- a. ¿Cuál de los dos recipientes tiene mayor capacidad?

- b. ¿En cuál de los recipientes se usa mayor cantidad de aluminio para su elaboración?

- c. Si en cada recipiente la etiqueta cubre toda la superficie lateral, ¿en cuál de las dos etiquetas se emplea mayor cantidad de papel?

Evaluación Lección 1

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 6.

Se quieren construir dos tipos de cajas con tapa y con forma de prisma. La caja 1, de 100 cm de altura y de base rectangular de 30 cm por 40 cm. Y la caja 2, de 80 cm de altura y con base cuadrada de lado 50 cm. ¿Qué tipo de caja resulta más conveniente para ahorrar material?

1. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?

- A. Las dimensiones de la caja 1.
- B. Las dimensiones de la caja 2.
- C. El volumen de las cajas 1 y 2.
- D. Las dimensiones de las cajas 1 y 2.

2. ¿Qué es lo que se pregunta?

- A. El área de las cajas.
- B. La caja con menor volumen.
- C. La caja en la que se ahorra más material.
- D. La caja que tiene una menor altura.

3. ¿Cuál es el área de la caja 1?

- A. 8200 cm²
- B. 10500 cm²
- C. 16400 cm²
- D. 21000 cm²

4. ¿Cuál es el área de la caja 2?

- A. 9250 cm²
- B. 10500 cm²
- C. 18500 cm²
- D. 21000 cm²

5. ¿Cuál es el volumen de la caja 1?

- A. 12000 cm³
- B. 120000 cm³
- C. 164000 cm³
- D. 720000 cm³

6. ¿Cuál es la respuesta al problema?

- A. La caja 1.
- B. La caja 2.
- C. Ambas cajas.
- D. Ninguna de las cajas.

A partir de la siguiente información, marca la respuesta correcta en las preguntas 7 a la 12.

En una florería se utilizan baldes cilíndricos para mantener las flores en agua. Si tienen 15 baldes de 40 cm de diámetro y 40 cm de alto, ¿cuántos cm^3 de agua se utilizan a diario si se llenan completamente? Considera $\pi \approx 3,14$.

7. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. La cantidad de baldes.
 - B. La cantidad y forma de los baldes.
 - C. La forma y dimensiones de los baldes.
 - D. La cantidad, forma y dimensiones de los baldes.
8. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. La capacidad de un balde.
 - B. Los cm^3 de agua que se utilizan diariamente.
 - C. Los cm^3 de agua que se utilizan para llenar un balde.
 - D. La cantidad de agua necesaria para ocupar la mitad de los baldes.
9. ¿Cuál es el volumen de 1 balde?
- A. $8\,240\text{ cm}^3$
 - B. $16\,000\text{ cm}^3$
 - C. $50\,240\text{ cm}^3$
 - D. $200\,960\text{ cm}^3$
10. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. $50\,240\text{ cm}^3$ de agua.
 - B. $200\,960\text{ cm}^3$ de agua.
 - C. $753\,600\text{ cm}^3$ de agua.
 - D. $3\,014\,400\text{ cm}^3$ de agua.
11. ¿Cuál es el área lateral de 1 balde?
- A. $10\,048\text{ cm}^2$
 - B. $5\,024\text{ cm}^2$
 - C. $1\,600\text{ cm}^2$
 - D. $331,2\text{ cm}^2$
12. ¿Cuánta agua se utilizaría si los baldes se ocuparan solo hasta la mitad de su capacidad?
- A. $376\,800\text{ cm}^3$
 - B. $753\,600\text{ cm}^3$
 - C. $1\,130\,400\text{ cm}^3$
 - D. $1\,507\,200\text{ cm}^3$

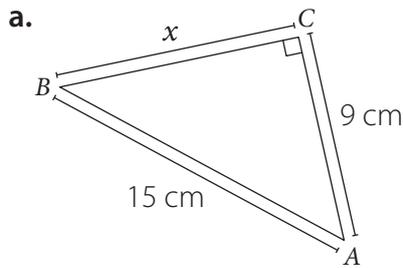
Reflexiona y responde

- ¿Cómo calculas el área de prismas y cilindros? Explica paso a paso.
- ¿Qué datos son necesarios cuando calculas el volumen de prismas y cilindros? Ejemplifica.

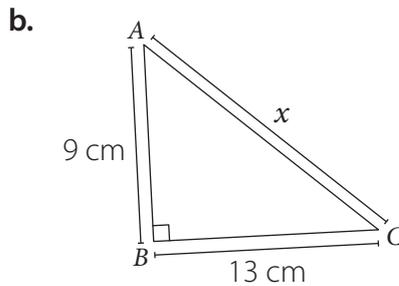
Lección 2 Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras

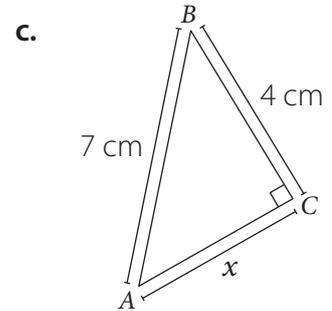
1. Calcula la medida pedida en cada caso.



$x =$



$x =$



$x =$

2. Calcula la medida faltante, dados los catetos (c) o la hipotenusa (h) en los siguientes triángulos rectángulos.

a. $c_1 = 7$ cm; $c_2 = 12$ cm _____

d. $h = 10$ cm; $c_2 = 8$ cm _____

b. $c_1 = 5$ cm; $c_2 = 12$ cm _____

e. $h = 5$ cm; $c_2 = 2$ cm _____

c. $c_1 = 3$ cm; $c_2 = 5$ cm _____

f. $h = 8$ cm; $c_2 = 4$ cm _____

3. Comprueba si los siguientes números forman un trío pitagórico.

a. 7, 24 y 25. _____

d. 10, 24 y 36. _____

b. 9, 15 y 20. _____

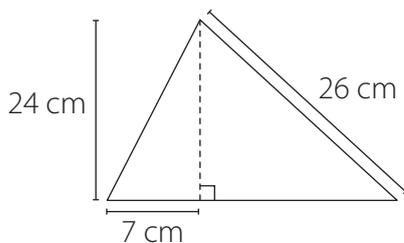
e. 4,5; 6 y 7,5. _____

c. 17, 19 y 26. _____

f. 1,8; 2,4 y 3. _____

4. Observa las figuras y resuelve.

a. Calcula el perímetro (P) del siguiente triángulo.



$P =$

b. ¿Cuál es el perímetro (P) del siguiente rectángulo?



$P =$

5. Responde las siguientes preguntas. Justifica tu respuesta.

a. Los lados de un rectángulo son 12 cm y 15 cm. ¿Cuánto mide la diagonal?

b. ¿Cuál es la altura de un trapecio isósceles de bases 8 dm y 10 dm de longitud, y lados iguales de 7 dm?

c. Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm. ¿Cuál es la medida de cada uno de sus lados?

d. ¿Cuál es la medida de la altura de un triángulo equilátero de lado 6 cm?

e. El perímetro de un cuadrado mide 20 cm. ¿Cuánto mide su diagonal?

Marca la opción correcta del ítem 6 y del 7. Justifica en cada caso.

6. Marca la opción que muestra la medida, en centímetros, de los lados de un triángulo rectángulo.

A. 1, 2 y 3.

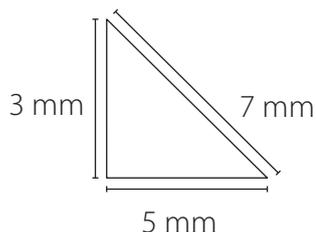
C. 2, 4 y 16.

B. 9, 16 y 25.

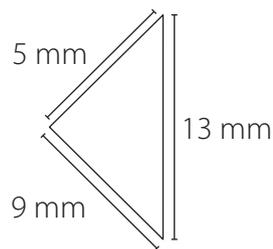
D. 9, 12 y 15.

7. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa un triángulo rectángulo?

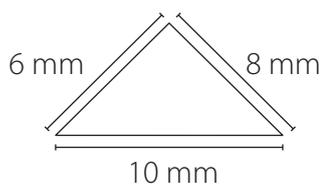
a.



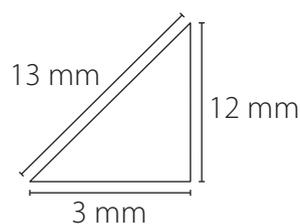
c.



b.



d.





■ Herramientas tecnológicas

En esta sección, podrás demostrar que en cualquier triángulo rectángulo se cumple que:

“La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa”.

Para demostrar esta formación, utilizaremos el *software* **Geogebra**.

Instrucciones

Construir un segmento.

Presiona  y luego ; así al seleccionar dos puntos del plano cartesiano habrás dibujado el segmento \overline{AB} .

Ahora para trazar un segmento perpendicular al segmento \overline{AB} .

Pincha , luego al presionar sobre cualquier punto del segmento \overline{AB} y desplazar la recta hasta el extremo B . Se dibujará la recta perpendicular al segmento \overline{AB} que pasa por B .

Dibujar un punto C sobre la recta.

Presiona  y selecciona “punto”, luego clic en cualquier lugar sobre la recta. De esta manera habrás dibujado el punto C sobre la recta.

Crear el segmento \overline{AC} .

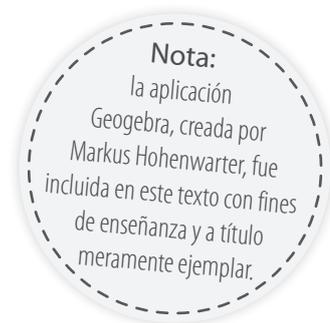
Selecciona , pincha , luego haz clic sobre A y C . Habrás creado el segmento \overline{AC} .

Construir un triángulo ABC .

Selecciona  y presiona sobre los puntos A , B , C . Luego habrás construido el triángulo ABC .

Dibujar cuadrados sobre cada lado del triángulo ABC .

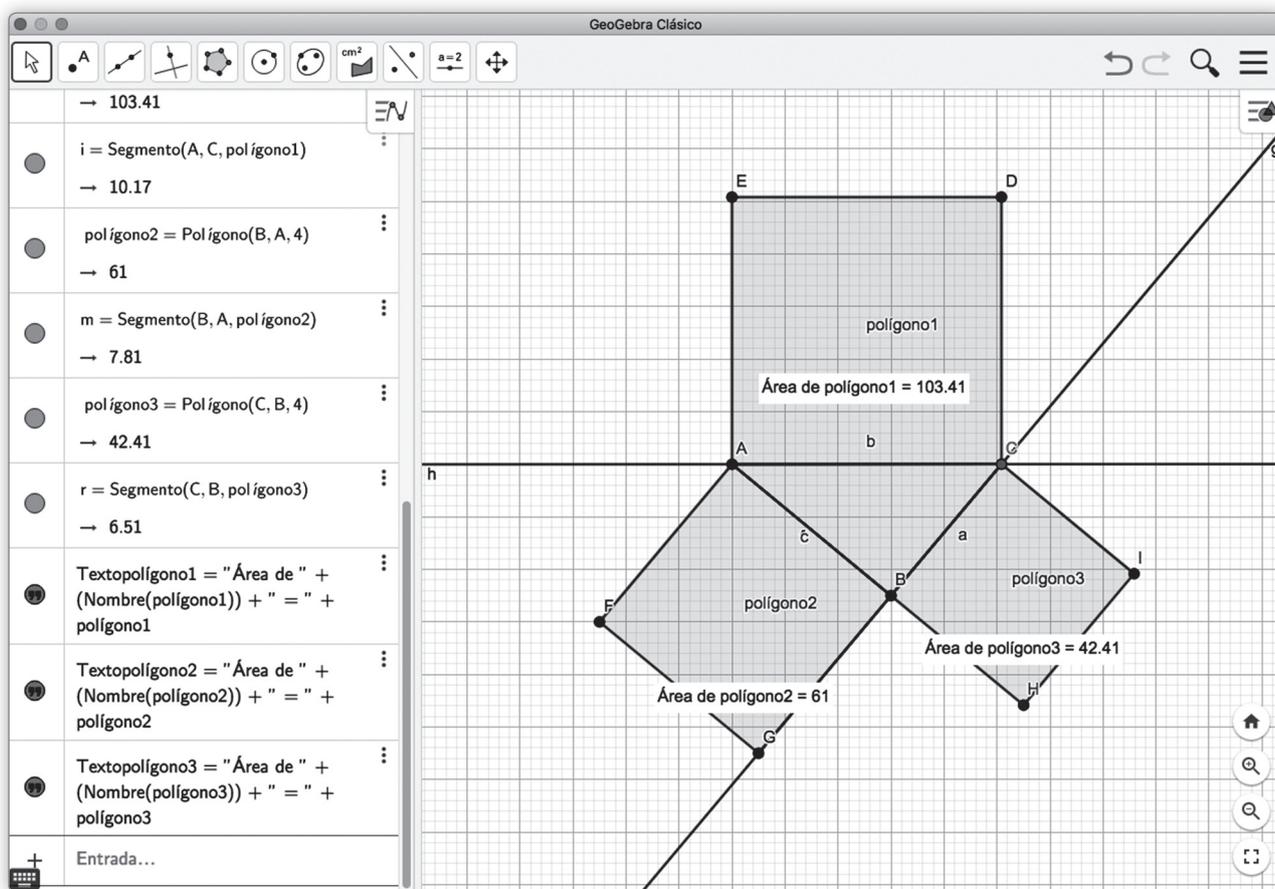
Presiona  y luego selecciona “polígono regular”. Haz clic sobre A y luego sobre C , aparecerá un cuadro donde debes poner la cantidad de lados del polígono que en este caso son 4. Debes seguir esta misma secuencia para dibujar los demás cuadrados.



Calcular el área de cada cuadrado construido sobre los lados del triángulo ABC .

Selecciona , y presiona sobre área, . Haz clic sobre cada uno de los cuadrados construidos y obtendrás el área correspondiente.

Para comprobar el teorema de Pitágoras, puedes sumar las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y comparas el resultado obtenido con el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.



Analiza

1. ¿Cómo son las áreas de los cuadrados dibujados sobre los lados del triángulo ABC ?

2. ¿Qué relación existe entre la fórmula: $a^2 + b^2 = c^2$ y la comparación que se hizo con las áreas correspondientes?

Evaluación Lección 2

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 4.

Una escalera está apoyada en una pared vertical a 15 m del suelo. Si la escalera mide 17 m, ¿a qué distancia de la pared se encuentra el pie de la escalera?

Luego de elegir la estrategia, el problema se resuelve de la siguiente manera:

x : distancia entre la pared y la escalera.

$$x^2 + 15^2 = 17^2$$

$$x^2 + 225 = 289$$

$$x^2 = 64$$

$$x = 8$$

1. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - A. Medida de la escalera.
 - B. Distancia desde el suelo hasta donde está apoyada la escalera en la pared.
 - C. Distancia desde el suelo hasta donde está apoyada la escalera en la pared y la medida de la escalera.
 - D. Distancia desde el suelo hasta donde está apoyada la escalera en la pared y la medida de la pared.
2. ¿Qué es lo que se pregunta?
 - A. La medida de la pared.
 - B. La medida de la escalera.
 - C. La distancia desde el suelo hasta donde está apoyada la escalera.
 - D. La distancia entre el pie de la escalera y la pared.
3. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - A. Ensayo y error.
 - B. Plantear una ecuación.
 - C. Plantear una inecuación.
 - D. Usar una representación gráfica.
4. ¿Cuál es la respuesta al problema?
 - A. Se encuentra a 8 m.
 - B. Se encuentra a 64 m.
 - C. Se encuentra a 225 m.
 - D. Se encuentra a 289 m.

A partir de la siguiente información, marca la respuesta correcta en las preguntas 5 a la 10.

Un cable que está totalmente tenso va desde la cima de una torre hasta el suelo y mide 50 m. Si la distancia en el suelo entre el cable y la base de la torre es de 30 m, ¿cuál es la altura de la torre?

5. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. Medida del cable.
 - B. Distancia en el suelo entre el cable y la base de la torre.
 - C. Distancia en el suelo entre el cable y la base de la torre y la medida del cable.
 - D. Distancia en el suelo entre el cable y la base de la torre y el tipo de torre.
6. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. La medida del cable.
 - B. La altura de la torre.
 - C. Distancia entre el cable y la torre.
 - D. Distancia entre el cable y el suelo.
7. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. 20 m
 - B. 40 m
 - C. 80 m
 - D. 120 m
8. ¿Cuál es la suma entre la medida del cable y de la torre?
- A. 70 m
 - B. 80 m
 - C. 90 m
 - D. 100 m
9. Si otro cable mide 13 m y está afirmado en la torre a 12 m desde el suelo, ¿cuál es la distancia en el suelo entre el cable y la torre?
- A. 5 m
 - B. 12 m
 - C. 13 m
 - D. 30 m
10. ¿A qué distancia se encuentran los dos cables en el suelo?
- A. 5 m
 - B. 25 m
 - C. 30 m
 - D. 35 m

Reflexiona y responde

- ¿Qué fue lo que te produjo mayor dificultad en el desarrollo de la lección? Justifica tu respuesta.
- ¿Qué características debe tener un triángulo para aplicar el teorema de Pitágoras? Ejemplifica.

Lección 3 Transformaciones isométricas

Traslación

1. Verifica si las siguientes expresiones son verdaderas (**V**) o falsas (**F**). Justifica en cada caso.

- a. Al aplicar una traslación, todos los puntos de la figura se mueven en una misma magnitud y dirección.

Justificación: _____

- b. Al aplicar una transformación isométrica a una figura, puede cambiar el tamaño de la figura, pero no su forma.

Justificación: _____

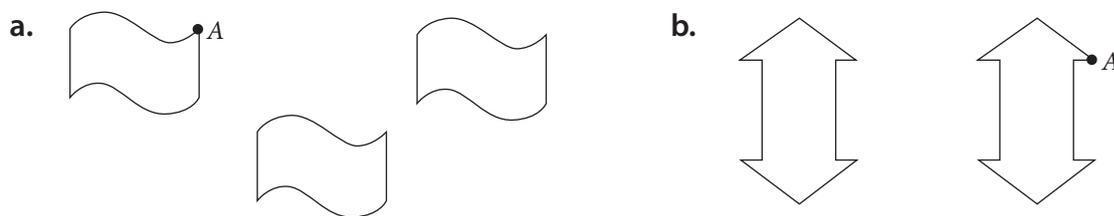
- c. Para trasladar una figura, es necesario conocer el vector de traslación.

Justificación: _____

- d. El vector de traslación es siempre paralelo a los trazos que unen cada par de puntos correspondientes.

Justificación: _____

2. Marca el vector de traslación, partiendo desde A en cada caso.



3. Ubica los siguientes vectores en el plano cartesiano.

$A(6, 1)$

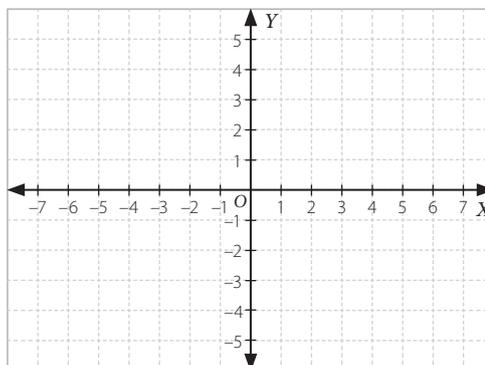
$B(5, -1)$

$C(-2, -3)$

$D(-5, -4)$

$E(3, -1)$

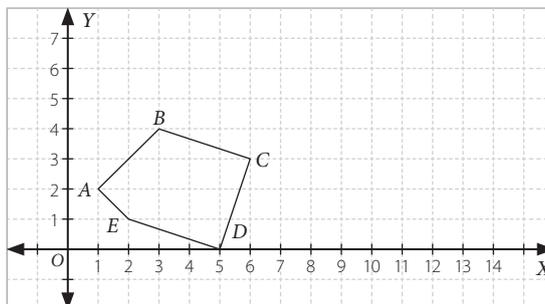
$F(4, -2)$



4. Completa la tabla con el punto, el vector o la imagen del punto después de una traslación según corresponda.

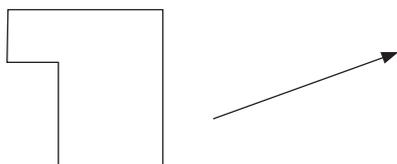
$P(x, y)$	$P(1, 3)$	$P(-2, -4)$		$P(1, 5)$	$P(0, 3)$
\vec{v}	$\vec{v} = (1, -2)$		$\vec{v} = (-3, -5)$		$\vec{v} = (3, -2)$
$P'(x, y)$		$P'(0, 3)$	$P'(7, 2)$	$P'(5, 1)$	

5. Dibuja la imagen del pentágono de la figura al aplicarle una traslación de vector $\vec{v}(3, 3)$.
¿Cuáles son sus coordenadas?

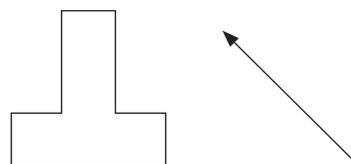


6. Usando regla y compás, traslada cada figura según el vector dado para cada una.

a.



b.



7. Un cuadrado tiene como vértices los puntos $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, -1)$ y $D(-1, -1)$.
Determina su imagen trasladada por el vector $\vec{v}(4, 2)$.
-

8. Se ha trasladado el triángulo de vértices $A(1, 3)$, $B(3, 4)$ y $C(2, 2)$ y la imagen del vértice C es el punto $C'(1, -1)$.

a. ¿Cuáles son las coordenadas del vector que define la traslación?

b. Determina las coordenadas de los vértices A' y B' .

Rotación

1. Verifica si las siguientes expresiones son verdaderas (**V**) o falsas (**F**). Justifica las falsas.

- a. Para rotar un triángulo, solo es necesario conocer el ángulo de rotación.

Justificación: _____

- b. Cuando tienen el mismo centro de rotación, dos rotaciones siempre mueven los puntos de la figura igual.

Justificación: _____

- c. Rotar una figura en 180° en sentido antihorario es equivalente a rotar la misma figura en 180° en sentido horario.

Justificación: _____

2. Un pentágono tiene como vértices los puntos $A(3, 0)$, $B(2, 5)$, $C(-3, 2)$, $D(-1, -4)$ y $E(2, -3)$. Encuentra las coordenadas de los vértices de su imagen si lo rotamos con centro en el origen y ángulo de 90° .

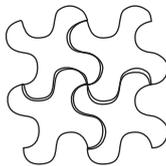
3. Una figura tiene *simetría rotacional* si se puede hacer que coincida exactamente sobre el original cuando se rota alrededor de un punto fijo con un ángulo menor que 360° .

- a. Determina cuál o cuáles de ellas tienen simetría rotacional.

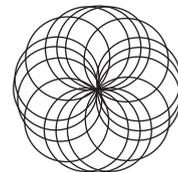
I.



II.



III.



- b. Para las figuras que tengan simetría rotacional, ubica el centro de rotación y el menor ángulo de rotación con el que la imagen coincide con la figura original.

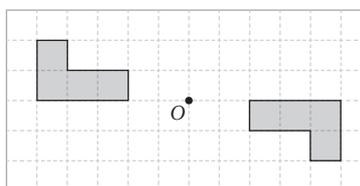
Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

4. ¿Cuál de estas figuras no tiene simetría?

- A. Un triángulo escaleno.
- B. Un eneágono regular.
- C. Un trapecio isósceles.
- D. Un pentágono.

5. En la imagen, se aplicó una rotación con centro en O y ángulo de rotación de:

- A. 60°
- B. 360°
- C. 90°
- D. 180°



6. La imagen de una figura coincide exactamente con la figura original, si se rotó en:

- A. 90° en sentido horario.
- B. 180° en sentido antihorario.
- C. 360° en sentido horario.
- D. 540° en sentido antihorario.

7. Al aplicar una rotación, con el centro en un punto de la figura, siempre se cumple que:

- A. una recta de la figura queda fija.
- B. un punto de la figura queda fijo.
- C. todos los puntos de la figura cambian de posición.
- D. todos los puntos de la figura quedan igual.

8. Si el centro de rotación coincide con uno de los vértices de una figura, ¿qué ocurre al aplicar una rotación en 180° ?

- A. Ningún punto de la figura queda fijo.
- B. Un punto de la figura queda fijo.
- C. Los vértices de la figura cambian de posición.
- D. Todos los puntos de la figura cambian de posición.

Reflexión

1. Verifica si las siguientes expresiones son verdaderas (**V**) o falsas (**F**). Justifica en cada caso.

- a. Para reflejar una figura, es necesario conocer el vector que determina la reflexión.

Justificación: _____

- b. Un dibujo se dice simétrico si algún eje de simetría pasa por él.

Justificación: _____

- c. Al aplicar una reflexión, todos los puntos de la figura se mueven en una misma dirección y sentido.

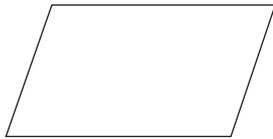
Justificación: _____

- d. La estrella de la bandera nacional tiene 3 ejes de simetría.

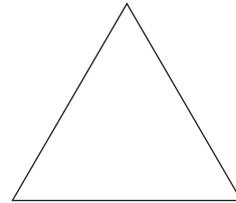
Justificación: _____

2. Encuentra todas las líneas de simetría de las siguientes figuras.

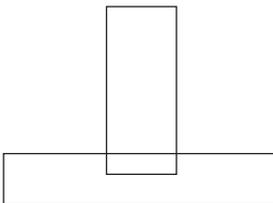
a.



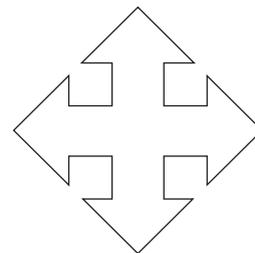
c.



b.



d.



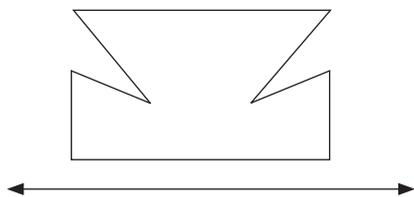
3. Encierra las letras y los números donde se puedan trazar líneas de simetría.

F I G U R A S

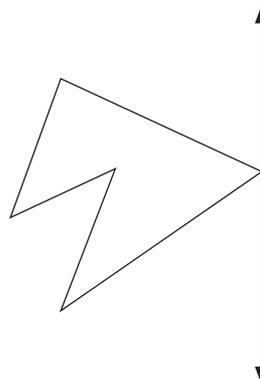
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

4. Usando regla y compás, aplica la reflexión según el eje de reflexión dado.

a.



b.



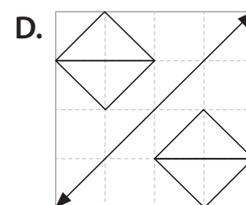
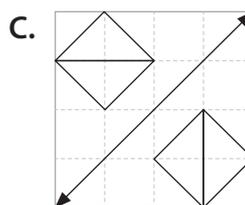
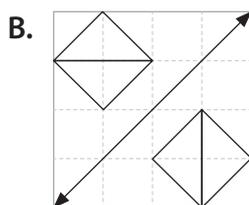
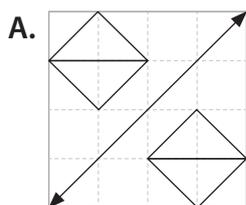
5. Un triángulo tiene por vértices los puntos $A(-2, 4)$, $B(1, 5)$ y $C(-1, 5)$.

a. ¿Cuáles son las coordenadas del $\Delta A'B'C'$ si corresponde a una simetría central cuyo centro es el origen?

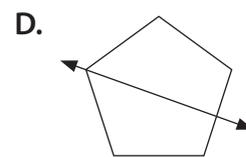
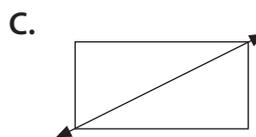
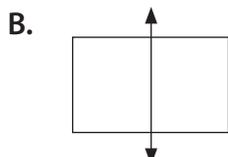
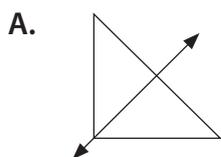
b. ¿Cuáles son las coordenadas del $\Delta A'B'C'$ si corresponde a una simetría axial con eje en el eje X ?

Marca la opción correcta.

6. ¿En cuál de los siguientes casos se representa mejor una reflexión según la recta dada?

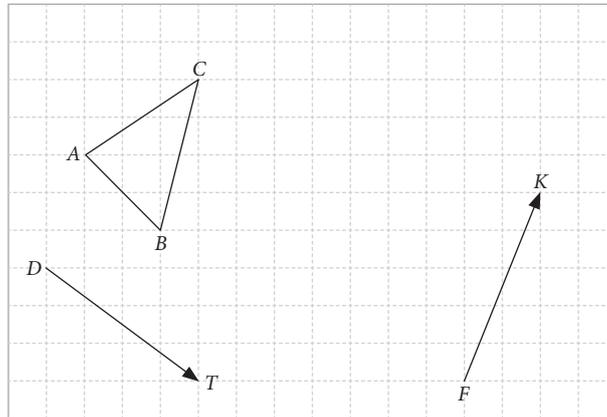


7. ¿En qué figura no se ha trazado una línea de simetría?



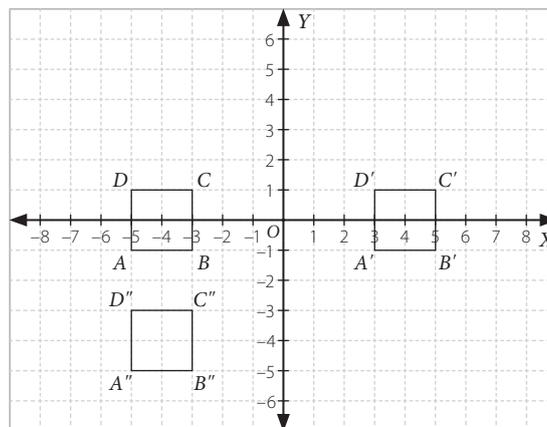
Composición de transformaciones isométricas

- Usando regla y compás, traslada el $\triangle ABC$ según el vector \vec{DT} y, luego, traslada la imagen obtenida según el vector \vec{FK} .



¿Podrías trasladar el $\triangle ABC$ original, según un solo vector, y obtener la segunda imagen?

- Si $A'B'C'D'$ es imagen de $ABCD$ y $A''B''C''D''$ es imagen de $A'B'C'D'$, entonces:



- ¿Cuáles son los vectores asociados a cada traslación?

- ¿Cuál es el vector que lleva directamente el cuadrado $ABCD$ al $A''B''C''D''$?

3. Si se traslada el punto $P(0, 5)$ aplicando el vector $\vec{v} = (3, 4)$ y a continuación el vector $\vec{w} = (2, 1)$:
- a. ¿Cuál es el punto imagen P' ?

- b. Si después de realizar ambas traslaciones se obtiene el punto $Q'(2, -2)$, ¿cuál es el punto original?

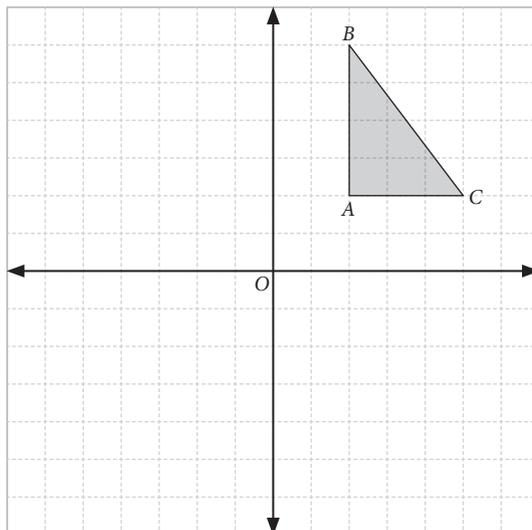
4. Se ha trasladado el punto $A(-3, 5)$ aplicando los vectores: $\vec{v} = (2, 5)$, $\vec{u} = (-1, -2)$ y $\vec{w} = (6, -5)$ consecutivamente.

- a. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de llegada A' ?

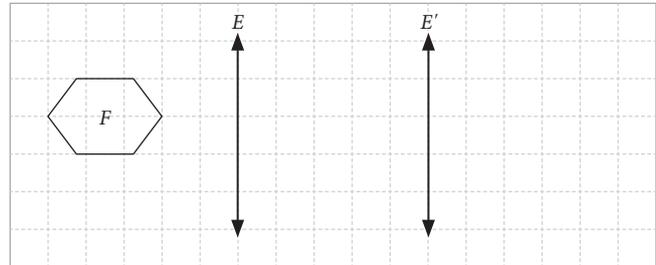
- b. Dado el punto $P(3, -5)$ y utilizando los mismos vectores de traslación, ¿cuál es el punto P' ?

5. Un punto A se traslada según el vector $\vec{v} = (3, 4)$ y, a continuación, se aplica otra traslación según el vector $\vec{w} = (-2, -1)$. Si después de realizar estas traslaciones se obtiene como imagen el punto $A'(2, -2)$, ¿cuáles son las coordenadas del punto A ?

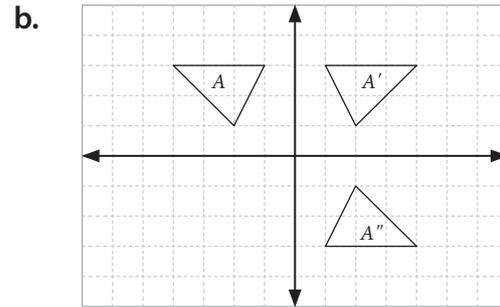
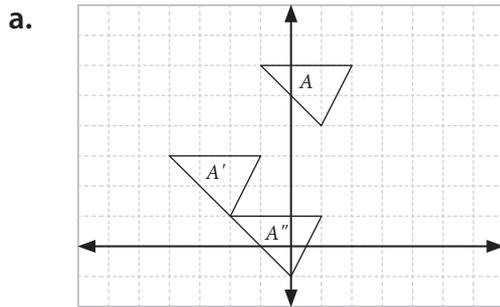
6. Dibuja el $\Delta A'B'C'$ aplicando una rotación de centro O y ángulo de 90° al ΔABC . Luego aplica una rotación de centro O y ángulo de 90° para dibujar el $\Delta A''B''C''$. Por último, toma el ΔABC y rótaló, con centro en O y ángulo de 180° . ¿Qué ocurre? Justifica tu respuesta.



7. Determina F' , la figura imagen de F respecto de la reflexión por el eje E , y luego ubica F'' , la imagen de F' respecto de la reflexión por el eje E' . ¿Con qué transformación podrías pasar de F a F'' directamente?



8. Identifica los movimientos que permiten pasar de la figura A a la figura A'' pasando por A' e indica sus componentes.



- c. Según las figuras anteriores, ¿se puede pasar de A hasta A'' directamente? Indica en cada caso la transformación necesaria.

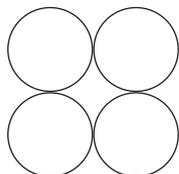
9. Un punto A se rota en 90° en torno al origen, y luego se aplica otra rotación en -90° en torno al origen. Si después de realizar estas rotaciones se obtiene como imagen el punto $A''(15, -11)$, ¿cuáles son las coordenadas del punto A ? Justifica.



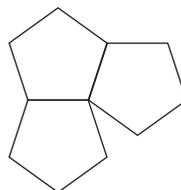
10. Se refleja el cuadrilátero de vértices $A(-4, 1)$, $B(-2, 4)$, $C(-4, 7)$ y $D(-6, 4)$ primero en torno al eje Y y luego en torno al eje X . ¿Qué transformación isométrica puede reemplazar a esta composición?

11. Analiza si los siguientes diseños pueden generar una teselación. Justifica tu respuesta.

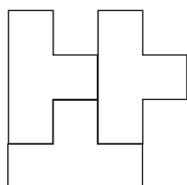
a.



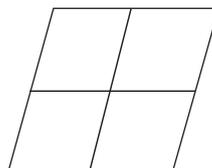
c.



b.



d.



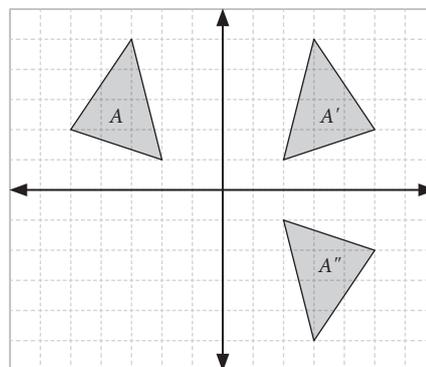
Marca la opción correcta. Justifica en cada caso.

12. Una traslación con vector $(4, 2)$ seguida de otra traslación con vector $(-2, 4)$ corresponde a:

- A. una reflexión.
- B. una traslación de vector $(-8, 8)$.
- C. una traslación de vector $(0, 8)$.
- D. una traslación de vector $(2, 6)$.

13. Al mover el triángulo A mediante reflexión sobre el eje Y , y luego el A' mediante reflexión sobre el eje X , la única transformación que permite pasar desde A a A'' corresponde a:

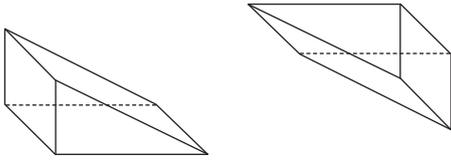
- A. Reflexión.
- B. Traslación.
- C. Simetría.
- D. Rotación en 180° .



Transformaciones isométricas en el espacio

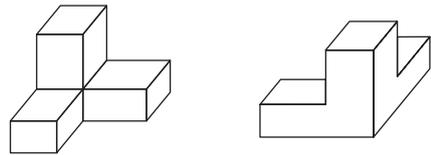
1. Aplica el concepto de simetría. Luego, dibuja el eje o punto y completa con el tipo de simetría.

a.



Simetría: _____

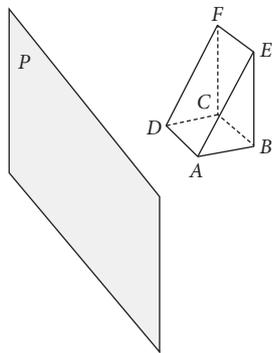
b.



Simetría: _____

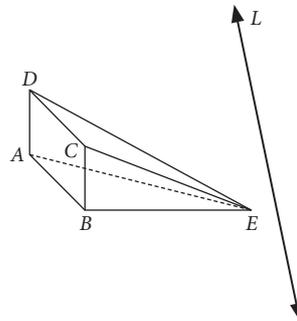
2. Realiza la simetría y completa con el tipo en cada caso.

a.



Simetría: _____

b.

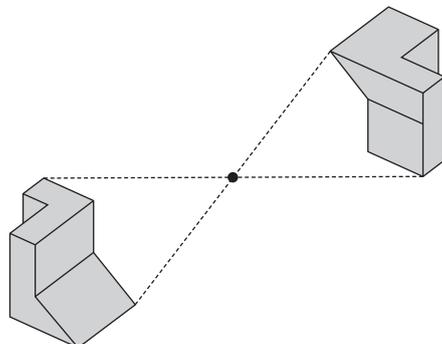


Simetría: _____

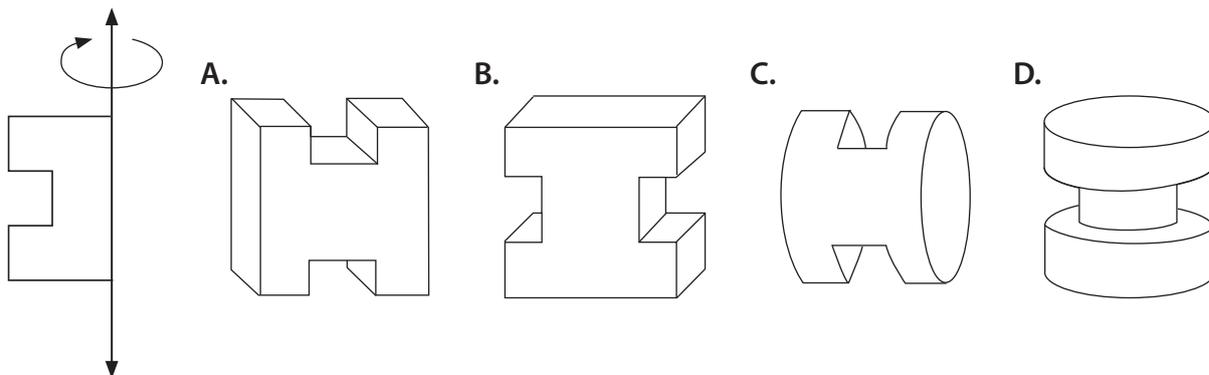
Marca la opción correcta.

3. ¿Qué tipo de simetría se le aplicó al cuerpo geométrico de la figura?

- A. Simetría espacial respecto a un eje.
- B. Simetría espacial respecto a un punto.
- C. Simetría espacial respecto a un plano.
- D. Simetría espacial respecto a una recta.

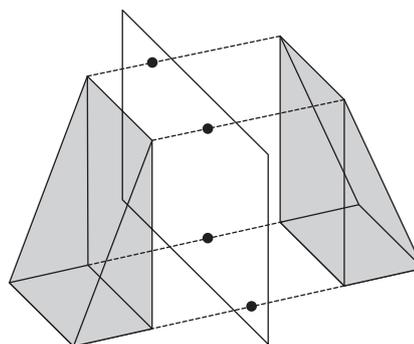


4. ¿Cuál es el cuerpo generado por la rotación de la siguiente figura?



5. ¿Qué tipo de simetría se le aplicó al cuerpo geométrico de la figura?

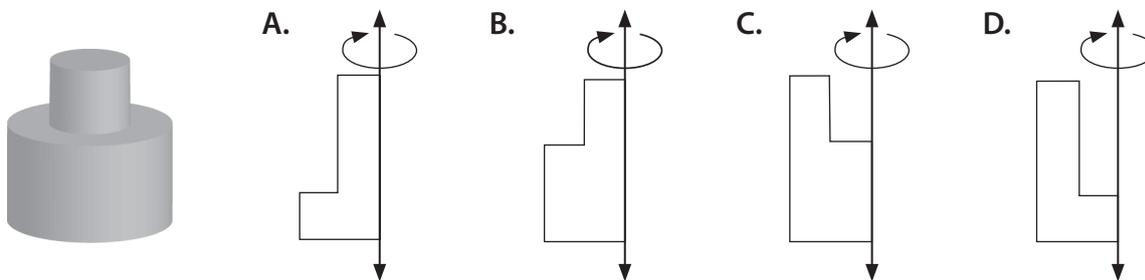
- A. Simetría espacial respecto a un eje.
- B. Simetría espacial respecto a un punto.
- C. Simetría espacial respecto a un plano.
- D. Simetría espacial respecto a una recta.



6. ¿Con cuál de los siguientes cuerpos geométricos no es posible rellenar completamente el espacio?

- A. Cubo.
- B. Prisma de base hexagonal.
- C. Cilindro.
- D. Prisma de base triangular.

7. ¿Cuál es la generatriz del siguiente cuerpo generado por rotación?

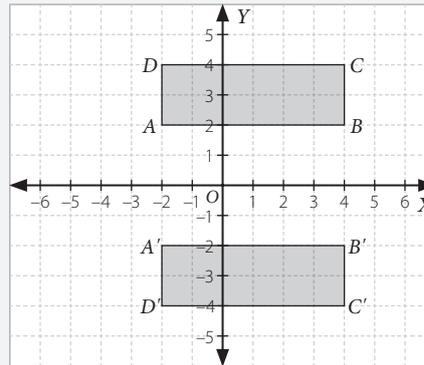


Evaluación Lección 3

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 4.

Los puntos extremos de una de las diagonales de un rectángulo $ABCD$ son $A(-2, 2)$ y $C(4, 4)$. Si el rectángulo $ABCD$ es reflejado respecto al eje X , ¿cuáles son las coordenadas de los vértices B y D , luego de aplicar la reflexión?

Luego de elegir la estrategia, el problema se resuelve de la siguiente manera:



- ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - Los extremos de una diagonal del rectángulo.
 - El eje respecto al que es reflejado el rectángulo.
 - Las coordenadas de los vértices A , B y C .
 - Las coordenadas de la diagonal y el eje respecto al que es reflejado el rectángulo.
- ¿Qué es lo que se pregunta?
 - Las coordenadas de los vértices B y D , luego de aplicar la reflexión.
 - Las coordenadas de los vértices B y D , antes de aplicar la reflexión.
 - Las coordenadas de los vértices A y C , luego de aplicar la reflexión.
 - Las coordenadas de los vértices A y C , antes de aplicar la reflexión.
- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - Ensayo y error.
 - Plantear una ecuación.
 - Usar propiedades numéricas.
 - Construir un plano cartesiano.
- ¿Cuál es la respuesta al problema?
 - $B'(4, -2)$ y $D(2, 4)$
 - $B'(4, 2)$ y $D(-2, -4)$
 - $B'(4, -2)$ y $D(-2, -4)$
 - $B'(-4, -2)$ y $D(-2, -4)$

A partir de la siguiente información, marca la respuesta correcta en las preguntas 5 a la 10.

Los vértices de un triángulo ABC son $A(1, 1)$, $B(4, 1)$ y $C(4, 3)$. Si al triángulo se le aplica una rotación de 180° en torno al origen y luego una traslación según el vector $\vec{v} = (2, 0)$, ¿cuáles son las coordenadas de A luego de aplicadas las transformaciones isométricas?

5. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. Los vértices del triángulo.
 - B. El ángulo y centro de rotación.
 - C. Los vértices del triángulo y el ángulo y centro de rotación.
 - D. Los vértices del triángulo, el ángulo y centro de rotación y el vector de traslación.
6. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. Las coordenadas de A luego de aplicar la rotación.
 - B. Las coordenadas de A luego de aplicadas las transformaciones isométricas.
 - C. Las coordenadas de B y C luego de aplicadas las transformaciones isométricas.
 - D. La figura resultante luego de aplicada la rotación.
7. ¿Qué tipo de triángulo es ABC ?
- A. Equilátero.
 - B. Isósceles.
 - C. Rectángulo.
 - D. Obtusángulo.
8. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. $A''(1, -1)$
 - B. $A''(-1, -1)$
 - C. $A''(-1, 3)$
 - D. $A''(1, -3)$
9. ¿Cuáles son las coordenadas de B luego de aplicadas las transformaciones isométricas?
- A. $B''(2, -1)$
 - B. $B''(-2, -1)$
 - C. $B''(-4, -1)$
 - D. $B''(-4, -3)$
10. ¿Cuáles son las coordenadas de C luego de aplicadas las transformaciones isométricas?
- A. $C''(-4, -5)$
 - B. $C''(-4, -3)$
 - C. $C''(-2, -3)$
 - D. $C''(2, -5)$

Reflexiona y responde

- ¿En qué situaciones puedes observar transformaciones isométricas?
- ¿Qué pasos sigues para aplicar las distintas transformaciones isométricas? Explica cada caso.

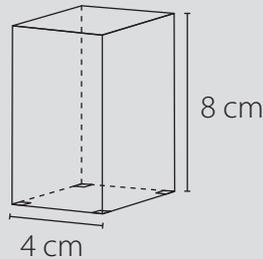
Evaluación final

Marca la alternativa correcta. Justifica en cada caso.

1. ¿Cuál es el volumen de un prisma cuya área basal es 25 cm^2 y su altura mide 7 cm ?

- A. 175 cm^3
- B. 32 cm^3
- C. 18 cm^3
- D. $3,5 \text{ cm}^3$

2. ¿Cuál es el volumen del siguiente prisma de base cuadrada?

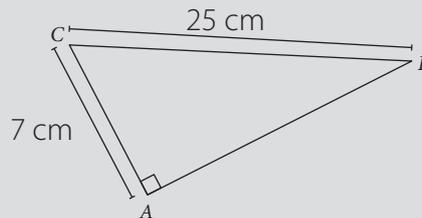


- A. 16 cm^3
- B. 32 cm^3
- C. 36 cm^3
- D. 128 cm^3

3. Un vaso de forma cilíndrica se pinta por su parte exterior, por lo que se cubre una superficie de $56 \pi \text{ cm}^2$. Si el radio del fondo del vaso mide 4 cm , ¿cuál es su altura?

- A. 5 cm
- B. 6 cm
- C. $6,5 \text{ cm}$
- D. 14 cm

4. ¿Cuál es el área del triángulo ABC ?

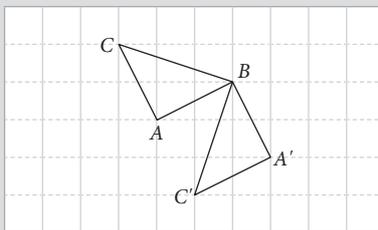


- A. 18 cm^2
- B. 32 cm^2
- C. 84 cm^2
- D. $87,5 \text{ cm}^2$

5. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a las medidas de los lados de un triángulo rectángulo?

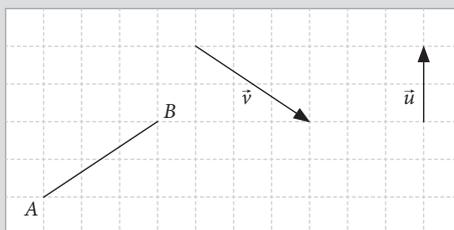
- A. 12 cm, 35 cm, 37 cm
- B. 13 cm, 36 cm, 37 cm
- C. 33 cm, 56 cm, 64 cm
- D. 36 cm, 77 cm, 83 cm

6. ¿Cuál de las siguientes transformaciones se aplicó al triángulo ABC ?



- A. Traslación.
- B. Rotación.
- C. Reflexión.
- D. Homotecia.

7. Un segmento \overline{AB} se traslada según el vector \vec{u} , y luego su imagen es trasladada según el vector \vec{v} . ¿Qué vector traslada al segmento \overline{AB} desde su posición inicial hasta su posición final?



- A.
- B.
- C.
- D.

Reflexiona y responde

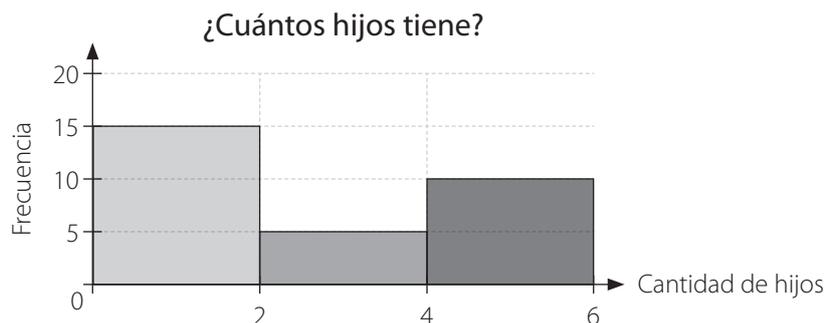
- ¿Qué contenidos crees que debes repasar? ¿Por qué?
- ¿Cuáles crees que son los conceptos clave de la unidad? Justifica con tres argumentos.

Unidad 4 • El deporte

Lección 1 Estadística

Representaciones gráficas

1. En una empresa, para preparar la fiesta de Navidad se les pregunta a sus trabajadores cuántos hijos tienen.



- a. ¿Cuál es la cantidad de hijos más frecuente entre los trabajadores?

- b. ¿Cuántos trabajadores tienen 2 o más hijos?

- c. ¿Qué porcentaje de trabajadores tiene a lo más 4 hijos?

- d. ¿Cuántos trabajadores tiene la empresa?

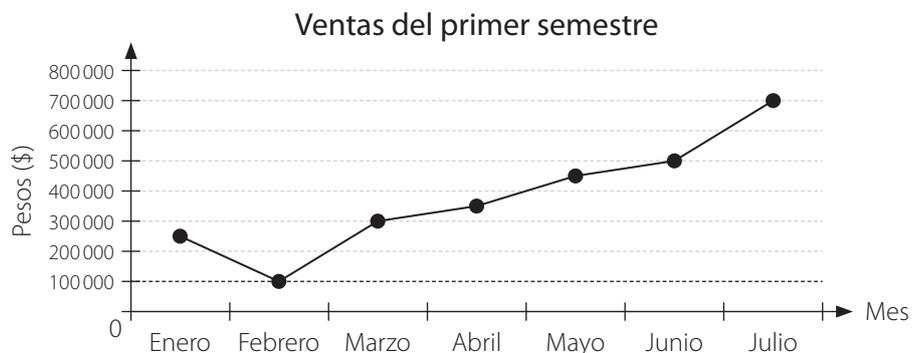
- e. ¿Cuál es la cantidad de hijos menos frecuente entre los trabajadores?

Marca la opción correcta.

2. ¿Para cuál de los siguientes datos el gráfico de línea no es el más apropiado?

- A. Cantidad de alumnos que se inscriben cada mes del año en un curso de manejo.
- B. Número de personas que mueren por cierta enfermedad entre los años 2006 y 2014.
- C. Porcentaje de alumnos con promedio y sin promedio bajo 5 en un curso.
- D. Cantidad de accidentes de tránsito por mes del año.

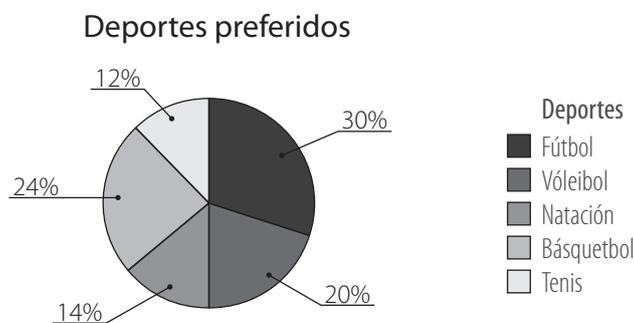
3. En el gráfico se muestran las ventas realizadas en una casa comercial. ¿Qué se puede concluir del gráfico?



- A. Las ventas mejoraron en febrero.
- B. Las ventas comenzaron a subir en marzo.
- C. Las ventas serán mejores en agosto.
- D. En febrero no hubo ventas.

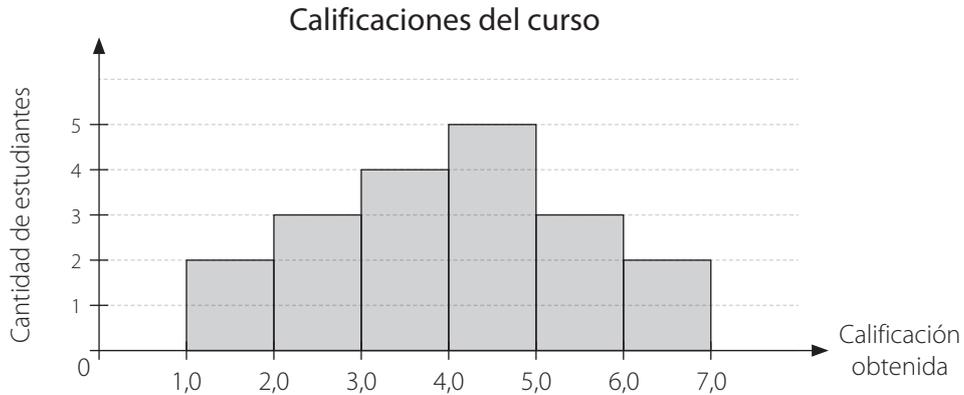
Considera la siguiente información y responde los ítems 4, 5 y 6.

El siguiente gráfico muestra las preferencias en un grupo de 150 estudiantes de su deporte favorito.



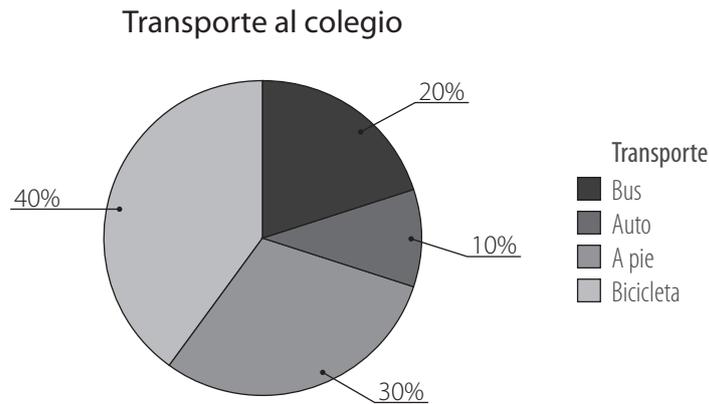
4. ¿Cuántos estudiantes prefieren el básquetbol?
 - A. 36 estudiantes.
 - B. 21 estudiantes.
 - C. 45 estudiantes.
 - D. 30 estudiantes.
5. ¿Cuántos estudiantes prefieren la natación y el vóleibol?
 - A. 21 estudiantes.
 - B. 41 estudiantes.
 - C. 51 estudiantes.
 - D. 61 estudiantes.
6. ¿Cuál afirmación es falsa?
 - A. La mayor preferencia es el fútbol.
 - B. Al básquetbol lo prefieren más estudiantes que a la natación.
 - C. La menor preferencia tiene un 14%.
 - D. Al vóleibol lo prefieren menos estudiantes que al básquetbol.

7. Las calificaciones obtenidas por los estudiantes de un octavo básico se representaron en el siguiente histograma.



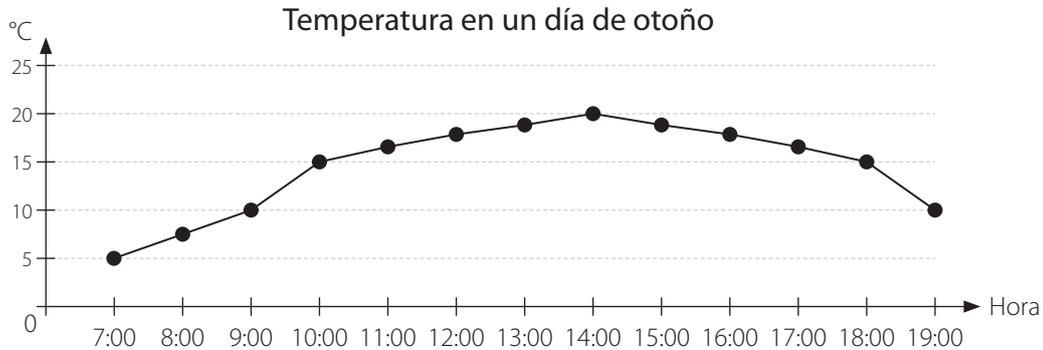
¿Cuántos estudiantes obtuvieron calificación superior o igual a 4,0?

- A. 5 estudiantes.
 - B. 10 estudiantes.
 - C. 14 estudiantes.
 - D. 18 estudiantes.
8. En el siguiente gráfico se muestran los medios de transporte que utilizan los estudiantes para ir al colegio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?



- A. El porcentaje de estudiantes que no utilizan la bicicleta para ir al colegio es de un 60%.
- B. La mayoría de los alumnos llegan al colegio a pie.
- C. Un 20% de los estudiantes se va en bicicleta al colegio.
- D. Más de la mitad de los alumnos se van al colegio en automóvil o en bus.

9. Observa el gráfico en el que se muestra la relación entre la hora y la temperatura en una ciudad.



¿Cuál de las siguientes conclusiones no se puede obtener del gráfico?

- A. La temperatura más baja se presentó a las 7:00 horas.
- B. Durante el día la temperatura presentó una amplitud térmica de 15 °C.
- C. La temperatura fue aumentando con cada hora del día.
- D. El mayor cambio de temperatura se observó entre las 9 y las 10, y entre las 18 y las 19 horas.

10. Pedro, Juan y Diego están en un tratamiento por sobrepeso. ¿Cuál de las siguientes opciones representaría mejor la variación del peso de cada uno en los seis meses de tratamiento?

- A. Gráfico de barras.
- B. Gráfico de líneas.
- C. Gráfico circular.
- D. Histograma.

11. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de hermanos que tienen los estudiantes de 8° básico. ¿Cuántos tienen tres hermanos?



- A. 6 estudiantes.
- B. 12 estudiantes.
- C. 18 estudiantes.
- D. 24 estudiantes.

Medidas de posición

1. Para adecuar las actividades de su clase, el profesor del curso electivo Gimnasia recopiló los datos de la masa corporal y la estatura de sus estudiantes. Los resultados se muestran a continuación.

Masa corporal (kg)

54 - 56 - 67 - 65 - 87 - 48 - 66
 56 - 55 - 58 - 47 - 61 - 48 - 78
 59 - 49 - 65 - 49 - 49 - 51 - 58

Estatura (cm)

157 - 155 - 167 - 172 - 171 - 167 - 160
 160 - 162 - 169 - 149 - 162 - 150 - 170
 163 - 152 - 155 - 147 - 156 - 161 - 162

- a. Calcula las medidas en cada caso y completa la tabla.

	Masa corporal (kg)	Estatura (cm)
Media		
Mediana		
Moda		
Q_1		
Q_3		

- b. ¿Cuántos alumnos están por encima de la masa corporal promedio?

- c. ¿Cuántos alumnos están por debajo del promedio de estatura?

- d. Escribe dos conclusiones a partir de los resultados obtenidos para la masa corporal.

- e. Escribe dos conclusiones a partir de los resultados obtenidos para la estatura.

2. Los siguientes datos corresponden a la cantidad de trabajadores que se ausentaron de una fábrica durante los últimos 30 días laborales.

13 - 5 - 13 - 3 - 7 - 10 - 16 - 8 - 6 - 10 - 4 - 6 - 29 - 12 - 9
11 - 7 - 7 - 3 - 11 - 6 - 15 - 10 - 21 - 12 - 11 - 3 - 8 - 20 - 11

Puedes comprobar tu resolución utilizando la calculadora de cuartiles del siguiente *link*:

<http://www.alcula.com/es/calculadoras/estadistica/cuartiles/>



- a. Calcula la media.

- b. Calcula la mediana.

- c. Calcula la moda.

- d. Calcula Q_1 y Q_3 .

- e. Escribe dos conclusiones a partir de los resultados obtenidos para la asistencia del personal.

3. Una profesora de gimnasia tiene un taller con un grupo de 36 alumnos y registró sus edades en años.

18 - 19 - 16 - 15 - 15 - 17 - 19 - 20 - 17 - 16 - 16 - 17 - 15 - 20 - 17 - 17 - 19 - 18
15 - 17 - 16 - 16 - 17 - 24 - 11 - 17 - 16 - 15 - 17 - 16 - 19 - 16 - 16 - 19 - 17 - 18

- a. ¿Cuál es la media de las edades, en años, del grupo de alumnos?

- b. ¿Qué valores se encuentran entre el primer y segundo cuartil?, ¿cuántos son?

c. Calcula P_{10} , P_{30} y P_{70} .

d. Escribe una conclusión a partir de los resultados obtenidos.

4. En un estudio de la rapidez límite, se puso un dispositivo en un tramo de una carretera para registrar la rapidez de los automóviles entre las 8 y las 9 de la mañana. Las rapideces (en km/h) registradas fueron las siguientes:

60 - 40 - 90 - 70 - 55 - 65 - 80 - 70 - 65 - 60 - 100 - 65 - 70 - 85 - 60 - 35
 75 - 60 - 60 - 65 - 85 - 60 - 60 - 60 - 50 - 55 - 65 - 80 - 85 - 70 - 65 - 85
 70 - 65 - 75 - 95 - 80 - 45 - 55 - 65 - 55 - 85 - 80 - 60 - 70 - 40 - 50 - 65

a. Calcula Q_1 y Q_3 . Interpreta los valores obtenidos en el contexto de la situación.

b. La municipalidad decidió fijar como límite de velocidad un valor tal que bajo él se encuentre al menos el 65% de los automóviles. ¿Cuál es este valor?

c. Escribe una conclusión a partir de los resultados obtenidos.

5. Observa el siguiente conjunto de valores que se entregaron como respuesta a la siguiente pregunta: ¿qué edad tenía tu madre cuando tú naciste?

23 - 21 - 34 - 26 - 17 - 22 - 23 - 42 - 36 - 19 - 15 - 24 - 32 - 30 - 34 - 32 - 28
 16 - 19 - 21 - 27 - 23 - 28 - 29 - 31 - 33 - 29 - 21 - 17 - 24 - 20 - 25 - 30 - 25
 29 - 33 - 15 - 27 - 31 - 19 - 22 - 35 - 39 - 29 - 31 - 22 - 18 - 16 - 19 - 25

a. Determina la media y los cuartiles para este conjunto de datos.

b. Escribe una conclusión a partir de los resultados obtenidos.

6. Un profesor asignó puntajes a los trabajos de sus estudiantes y los resultados se muestran a continuación:

75 - 85 - 82 - 92 - 80 - 90 - 67 - 60 - 88 - 70 - 89
 91 - 96 - 79 - 79 - 99 - 40 - 85 - 90 - 67 - 45 - 60
 79 - 82 - 89 - 90 - 77 - 80 - 97 - 76 - 85 - 90

- a. Determina la media y los cuartiles del grupo.

- b. ¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo un puntaje superior o igual a 70?

Marca la opción correcta del ítem 7 y del 8 a partir de los siguientes datos.

Las edades, en años, de varios trabajadores de una empresa se registran a continuación:

44 - 42 - 48 - 47 - 38 - 35 - 40 - 39 - 38 - 35 - 50 - 40
 44 - 35 - 33 - 41 - 32 - 40 - 45 - 37 - 46 - 39 - 43 - 40
 48 - 33 - 47 - 49 - 33 - 44 - 51 - 32 - 47 - 55 - 33

7. ¿Cuál es la mediana del conjunto de datos?
- A. 40 años.
 - B. 41,25 años.
 - C. 41 años.
 - D. 42,5 años.
8. ¿Cuál es el primer cuartil del conjunto de datos?
- A. 35 años.
 - B. 36,25 años.
 - C. 43 años.
 - D. 44,5 años.

9. Se preguntó a 32 niños de cuarto básico cuántas horas dedican a ver televisión en un día de semana. Los resultados son:

1 - 5 - 5 - 5 - 4 - 5 - 6 - 8 - 4 - 4 - 4 - 6 - 7 - 7 - 4 - 4
 5 - 5 - 5 - 3 - 6 - 6 - 4 - 4 - 5 - 3 - 7 - 5 - 3 - 4 - 5 - 7

a. Calcula Q_1 , Q_3 , Me y RIC . Luego construye un diagrama de cajón a partir de estos datos.

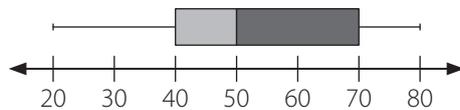
b. ¿Cuántos y cuáles datos están fuera del recorrido intercuartil?

c. Sin calcular el promedio de los datos, ¿en qué lugar del diagrama crees que se ubica? Justifica tu respuesta.

d. Calcula el promedio de los datos y ubícalo en el diagrama. La ubicación obtenida, ¿es semejante a la que tú creías? Escribe una conclusión.

Marca la opción correcta.

10. De acuerdo al siguiente diagrama, es correcto afirmar que:



- A. El rango de los datos es 30.
- B. La mediana es 55.
- C. $Q_1 = 40$
- D. $P_3 = 70$

A partir de la información, responde los ítems 11 y 12.

Los siguientes datos corresponden al tiempo, en horas, que destina un grupo de estudiantes a hacer deporte durante la semana.

12 - 5 - 10 - 4 - 14 - 12 - 10 - 12 - 15 - 10
12 - 5 - 15 - 8 - 6 - 12 - 10 - 4 - 6 - 8

11. ¿Cuál es la mediana de los datos?

- A. 6 horas.
- B. 9,5 horas.
- C. 10 horas.
- D. 12 horas.

12. ¿Cuál de los siguientes diagramas de cajón representa la distribución de las horas a la semana destinadas a hacer deporte por el grupo de estudiantes?

- A.
- B.
- C.
- D.

Evaluación Lección 1

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 6.

Las edades, en años, de los asistentes a una obra de teatro escolar son:

25 - 18 - 32 - 28 - 20 - 32 - 27 - 28 - 30 - 20
21 - 30 - 17 - 27 - 22 - 30 - 19 - 20 - 23 - 24

¿Cuál es el tercer cuartil?

1. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?

- A. Las edades de los asistentes a la obra de teatro.
- B. Las personas que tienen menos de 25 años.
- C. Las personas que tienen más de 25 años.
- D. El lugar donde asistieron las personas.

2. ¿Qué es lo que se pregunta?

- A. El valor de la mediana.
- B. El valor del tercer cuartil.
- C. El valor del primer cuartil.
- D. El valor del segundo cuartil.

3. ¿Cuál es la respuesta al problema?

- A. 27 años.
- B. 28 años.
- C. 29 años.
- D. 30 años.

4. ¿Cuál es el primer cuartil?

- A. 17 años.
- B. 20 años.
- C. 24 años.
- D. 29 años.

5. ¿Cuál es el segundo cuartil?

- A. 24,5 años.
- B. 25,5 años.
- C. 24 años.
- D. 25 años.

6. ¿Cuál es el percentil 60?

- A. 20 años.
- B. 22 años.
- C. 25 años.
- D. 27 años.

A partir de la siguiente información, marca la respuesta correcta en las preguntas 7 a la 12.

Los siguientes datos corresponden a las estaturas, en centímetros, de un grupo de estudiantes.

170 - 175 - 160 - 155 - 162 - 170 - 175 - 158 - 164 - 165 - 159 - 160 - 165 - 175 - 170 - 158
155 - 168 - 157 - 166 - 160 - 170 - 155 - 160 - 172 - 164 - 173 - 159 - 174 - 166 - 168 - 156

¿Cuántos estudiantes miden 165 cm o más?

7. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
- A. La cantidad de intervalos.
 - B. Las estaturas de los estudiantes.
 - C. La cantidad de estudiantes que miden más de 165 cm.
 - D. La cantidad de estudiantes que miden 165 cm o menos.
8. ¿Qué es lo que se pregunta?
- A. La cantidad de estudiantes que miden más de 165 cm.
 - B. La cantidad de estudiantes que miden menos de 165 cm.
 - C. La cantidad de estudiantes que miden 165 cm o más.
 - D. La cantidad de estudiantes que miden 165 cm o menos.
9. ¿Cuál es la respuesta al problema?
- A. 6 estudiantes.
 - B. 16 estudiantes.
 - C. 22 estudiantes.
 - D. 32 estudiantes.
10. ¿Cuántos estudiantes miden menos de 160 cm?
- A. 23 estudiantes.
 - B. 16 estudiantes.
 - C. 13 estudiantes.
 - D. 9 estudiantes.
11. ¿Qué porcentaje de estudiantes mide menos de 165 cm?
- A. 6%
 - B. 19%
 - C. 50%
 - D. 56%
12. ¿Cuál de los siguientes intervalos tiene menor frecuencia?
- A. [155, 160[
 - B. [160, 165[
 - C. [165, 170[
 - D. [170, 175]

Reflexiona y responde

- ¿Qué crees que es lo más complejo de lo que aprendiste sobre estadística? ¿Por qué?
- ¿Para qué es útil tener conocimientos de estadística? Explica.

- f. Una bicicleta de montaña posee cambios de velocidades. Para esto, tiene tres discos delanteros y siete traseros. Los cambios de la bicicleta son las posibles combinaciones que efectúa la cadena entre los discos delanteros y los traseros. ¿Cuántos cambios posee la bicicleta?

2. Calcula la cantidad de combinaciones posibles en cada una de las siguientes situaciones.

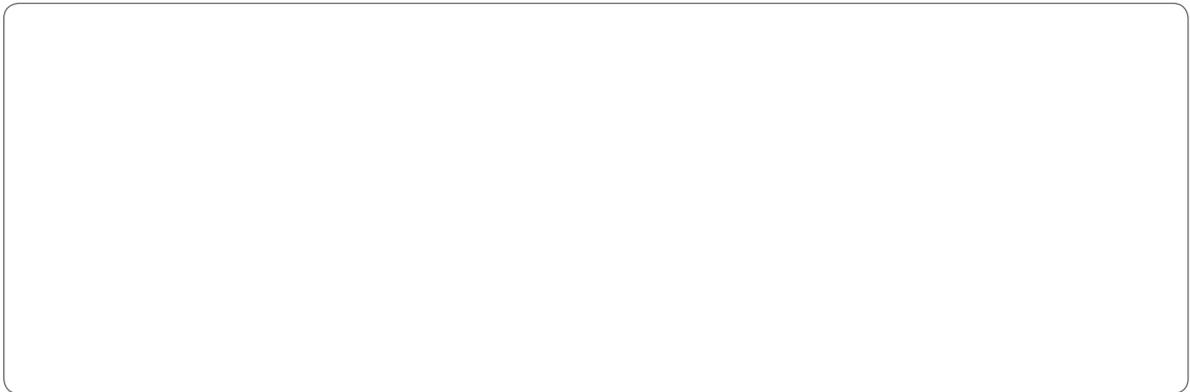
- a. Para una alianza se ocupan banderas con 3 colores: blanco, rojo y azul. ¿Cuántas banderas diferentes pueden elaborarse con estos 3 colores si se organizan formando tres líneas horizontales o tres líneas verticales sin repetir los colores? Representalas mediante un diagrama.

- b. ¿Cuántas combinaciones es posible elaborar. Considera 27 letras utilizando dos letras diferentes seguidas de tres dígitos distintos?

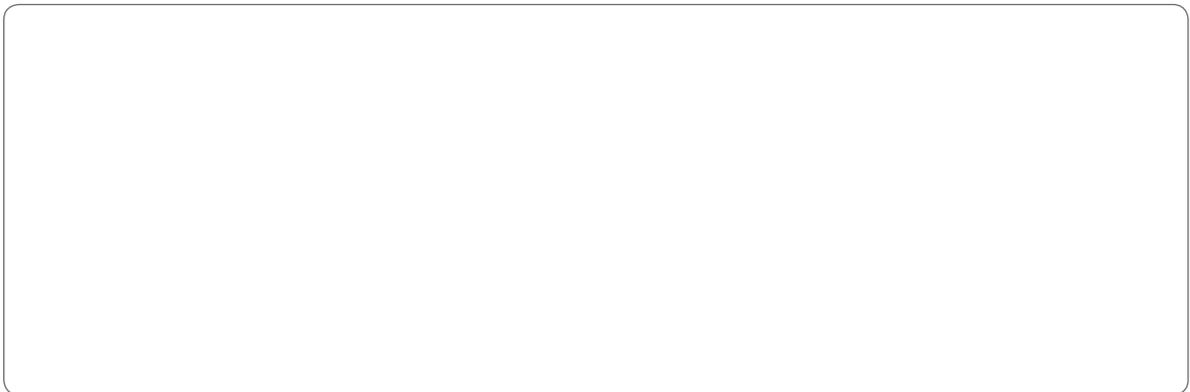
- c. En una concesionaria ofrecen dos tipos de vehículo: mecánico y automático. Además, se puede agregar vidrios eléctricos, aire acondicionado o sistema de audio. Hay en cinco colores: rojo, gris, dorado, verde y negro. ¿De cuántas maneras se puede escoger un vehículo? Representálas mediante un diagrama de árbol.



- d. Daniela quiere elegir entre 4 chaquetas (blanca, roja, verde y azul), 3 pantalones (celeste, negro y verde) y 2 pares de zapatos (café y negro). ¿De cuántas formas distintas puede escoger una chaqueta, un pantalón y un par de zapatos? Representa las combinaciones en un diagrama de árbol.



- e. ¿Cuál es la cantidad de resultados posibles al lanzar 4 monedas? Representa los resultados en un diagrama de árbol.



Marca la opción correcta.

3. Los resultados posibles de un experimento aleatorio que consiste en lanzar al aire tres monedas se pueden ver parcialmente en la tabla adjunta, donde C corresponde a cara y S corresponde a sello. ¿Cuál de las alternativas siguientes muestra el o los resultados posibles que faltan en la tabla para completarla?

Primera moneda	C	C	C	C	S	S
Segunda moneda	C	C	S	S	C	S
Tercera moneda	C	S	C	S	C	S

- A. CSC
 B. SSC
 C. SCS y SSC
 D. CSS y SSC
4. Un grupo de tres niños y tres niñas se sientan en una fila con seis sillas. ¿De cuántas maneras se pueden sentar si debe haber un niño al inicio y una niña al final?
- A. 6 maneras.
 B. 12 maneras.
 C. 216 maneras.
 D. 360 maneras.
5. De una urna con bolitas numeradas del 0 al 9 se extraen tres bolitas sin reposición para formar números de 3 cifras. ¿Cuántos números se pueden formar?
- A. 360
 B. 648
 C. 720
 D. 900
6. Cuatro amigos, Camilo, Miguel, Andrea y Tamara, compraron entradas numeradas para asistir a una película. Los asientos están marcados como M4, M5, M6 y M7. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar los cuatro amigos en los asientos?
- A. 4
 B. 6
 C. 12
 D. 24

Cálculo de probabilidades

1. En una bolsa con 32 dulces, 8 son de guinda, 10 de piña, 12 de naranja y el resto son de manzana. Si se extrae uno sin mirar:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de manzana?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de guinda?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de naranja?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de piña?

2. Se lanza una moneda tres veces.

a. Anota todos los resultados que pueden ocurrir. Denota por *C* las caras y por *S* los sellos.

b. Calcula la probabilidad de cada suceso.

A: Que salga sello en el primer lanzamiento. _____

B: Que salga tres veces lo mismo. _____

C: Que salga cara tres veces. _____

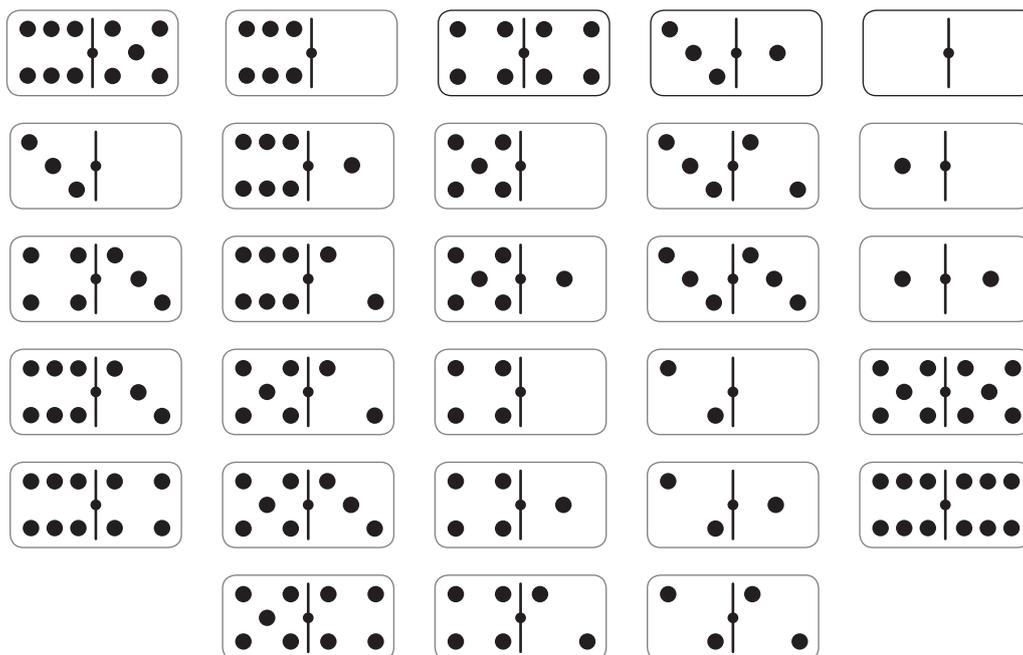
D: Que salga por lo menos una cara. _____

3. En una bolsa hay 3 papeles rojos, 4 verdes, 2 amarillos y 7 azules. Se gana si al sacar un papel al azar se obtiene uno amarillo, pero antes de sacar un papel de la bolsa es posible realizar una de las siguientes acciones:

- Sacar un papel rojo.
- Agregar un papel amarillo.
- Sacar uno de cada color.
- Sacar tres azules.
- Sacar uno rojo, uno verde y uno azul.

¿Qué conviene hacer, entre estas opciones, para tener más probabilidades de ganar?

4. Observa las siguientes fichas de dominó



¿Cuál es la probabilidad de extraer una al azar y que

- a. tenga un 1? _____
- b. tenga dos números iguales? _____
- c. tenga algún número par? _____
- d. tenga un múltiplo de 3? _____
- e. sume 5? _____

5. En un restaurante se ofrecen promociones, conformadas por una comida y una bebida, que los clientes pueden armar a su gusto. Los productos que se ofrecen son:

- **comida:** hamburguesa, pizza y completo.
- **bebida:** jugo, limonada, agua y gaseosa.

- a. Encuentra la cantidad de maneras diferentes para armar las promociones.

- b. Encuentra la probabilidad de que en una promoción se pida gaseosa.

- c. Calcula la probabilidad de que en una promoción se pida hamburguesa o pizza.

Evaluación Lección 2

A partir de la siguiente información, responde de la pregunta 1 a la 4.

En un restaurante el menú incluye entrada, plato de fondo y postre. Si para elegir hay 4 tipos de entrada, 3 platos de fondo y 4 postres diferentes, ¿de cuántas maneras distintas se puede armar el menú?

Luego de elegir la estrategia, el problema se resuelve de la siguiente manera:

Entrada: 4 posibilidades.

Plato de fondo: 3 posibilidades.

Postres: 4 posibilidades.

$$4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$$

1. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - A. La cantidad de menú.
 - B. La cantidad de entradas.
 - C. La cantidad de platos de fondo y de postres.
 - D. La cantidad de entradas, de platos de fondo y de postres.
2. ¿Qué es lo que se pregunta?
 - A. La cantidad de platos diferentes.
 - B. La cantidad de menús diferentes.
 - C. La cantidad de entradas y de postres.
 - D. La cantidad de entradas, de platos de fondo y de postres.
3. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - A. Ensayo y error.
 - B. Construir una tabla.
 - C. Construir un diagrama.
 - D. Usar el principio multiplicativo.
4. ¿Cuál es la respuesta al problema?
 - A. 48 maneras distintas.
 - B. 24 maneras distintas.
 - C. 4 maneras distintas.
 - D. 3 maneras distintas.

A partir de la siguiente información, marca la respuesta correcta en las preguntas 5 a la 10.

En una heladería se puede comprar un helado de un sabor entre 10 disponibles, agregarle salsa de manjar, de chocolate o de frutilla y llevarlo en cono de vainilla o de chocolate. ¿De cuántas formas distintas es posible comprar un helado?

5. ¿Cuáles son los datos suficientes para resolver el problema?
 - A. La cantidad de salsas.
 - B. La cantidad de sabores de helados.
 - C. La cantidad de sabores de helados y de conos.
 - D. La cantidad de sabores de helados, de salsas y de conos.
6. ¿Qué es lo que se pregunta?
 - A. La cantidad de conos diferentes.
 - B. La cantidad de salsas diferentes.
 - C. La cantidad de helados diferentes que se pueden comprar.
 - D. La cantidad de sabores de helados, de salsas y de conos.
7. ¿Cuál es la respuesta al problema?
 - A. 30 formas.
 - B. 60 formas.
 - C. 90 formas.
 - D. 120 formas.
8. Si una persona quiere cono de vainilla, ¿de cuántas formas distintas puede elegir el helado?
 - A. 30 formas.
 - B. 60 formas.
 - C. 80 formas.
 - D. 90 formas.
9. Si solo quedaran 8 sabores, ¿de cuántas formas distintas es posible comprar un helado?
 - A. 12 formas.
 - B. 24 formas.
 - C. 48 formas.
 - D. 72 formas.
10. Si al finalizar el día quedan 5 sabores y solo salsa de frutilla, ¿de cuántas formas distintas es posible comprar un helado?
 - A. 5 formas.
 - B. 10 formas.
 - C. 15 formas.
 - D. 30 formas.

Reflexiona y responde

- ¿Qué estrategias utilizaste para resolver los problemas? ¿Crees que fueron útiles?, ¿por qué?
- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana puedes aplicar lo aprendido sobre probabilidades?

Evaluación final

Marca la alternativa correcta.

1. En una encuesta se pregunta a las personas la cantidad de horas diarias que están conectadas a internet. Las respuestas se registraron en la siguiente tabla:

¿Cuántas horas estás conectado a internet?	
Cantidad de horas	f
1	2
2	3
3	6
4	4

¿Cuál es la mediana de los datos?

- A. 3 horas.
 - B. 4 horas.
 - C. 5 horas.
 - D. 6 horas.
2. ¿Cuál de las siguientes igualdades es **correcta**?
- A. $P_{25} = Me$
 - B. $P_{25} = Q_1$
 - C. $P_2 = Me$
 - D. $P_{50} = Q_3$
3. Se pregunta la edad a un grupo de personas y se obtienen las siguientes respuestas:

20 - 22 - 23 - 25 - 30 - 30 - 33 - 35 - 41 - 45

¿Cuál es el primer cuartil de las edades?

- A. 22 años.
- B. 23 años.
- C. 22,5 años.
- D. 30 años.

Unidad 1 • La era digital Página 6

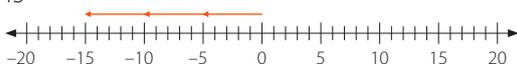
Lección 1 • Números enteros

Multiplicación de números enteros

1. a. -16



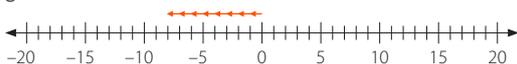
b. -15



c. -12



d. -8



2. a. -30

b. 10

c. -1

d. -32

e. 27

f. -68

g. -64

h. 0

i. -60

3. a. -33

b. 72

c. -18

d. 54

Página 7

4.

Salida
17
61
-14
-53

5. a. No se utilizó bien la regla de los signos.

$$(-5) \cdot 4 = -20$$

b. Solo se multiplicaron dos factores.

$$(-3) \cdot (-3) \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$$

c. Cualquier número multiplicado por cero es cero.

$$0 \cdot (-17) = 0$$

Página 8

6. De arriba abajo y de izquierda a derecha.

a. -864, -72, 12, -12, 6, 2.

b. -120, 20, -6, -10, -2, 3.

7. a. F. Al multiplicar dos números de distinto signo, el resultado es negativo.

b. F. Al multiplicar una cantidad impar de números negativos, resulta negativo.

c. V. Por propiedad absorbente del cero en la multiplicación.

d. F. Si el natural es uno, el resultado será igual al número negativo.

8. a. La temperatura será de -2°C .

Página 9

b. Habrá 725L.

c. Marcela recibirá \$5 100.

9. a. Pedro Avanza 4 950 cm.

b. La distancia entre el parque y su casa es de 29 700 cm.

Página 10

División de números enteros

1. a. 4

b. -18

c. -9

d. 24

e. -25

f. 2

g. 0

h. 8

i. -19

2. a. 3

b. 42

c. -4

d. -0

e. -1

f. 28

3. Tabla de arriba abajo: 17, 61, -14, -3.

Página 11

4. a. F. Es igual al dividendo.

b. F. Por regla de los signos resulta negativo.

c. V. Por regla de los signos.

d. F. Por regla de los signos resulta positivo.

5. Consideró que $\frac{1}{2}$ es menor que $\frac{1}{3}$, lo cual es incorrecto.

Corrección: $0,25; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 3,25$

6. a. V. Está escrito como $\frac{a}{b}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$.
 b. V. Por la densidad en los números racionales.
 c. F. b debe ser distinto de cero.
 d. V. Las fracciones son iguales.

Página 18

Fraciones y números decimales

1. a. $0,375$; decimal finito.
 b. $0,\bar{4}$; decimal periódico.
 c. $0,48$; decimal finito.
 d. $0,7\bar{3}$; decimal semiperiódico.
 e. $1,58\bar{3}$; decimal semiperiódico.
 f. $3,1\bar{6}$; decimal semiperiódico.

2. a. $\frac{1}{5}$
 b. $\frac{9}{20}$
 c. $\frac{19}{10}$
 d. $\frac{1}{3}$
 e. $\frac{2}{11}$
 f. $\frac{4}{33}$
 g. $\frac{217}{495}$
 h. $\frac{7}{6}$
 i. $\frac{11\,719}{495}$

3. Finito; $\frac{32}{1\,000} = \frac{4}{125}$

Periódico; $\frac{123}{99} = \frac{41}{33}$

Semiperiódico; $\frac{84}{90} = \frac{14}{15}$

Finito; $\frac{76}{100} = \frac{19}{25}$

Periódico; $\frac{36}{99} = \frac{4}{11}$

Semiperiódico; $\frac{120}{9} = \frac{40}{3}$

Página 19

4. $0,9 = \frac{9}{10}; 0,5 = \frac{1}{2}; 0,14 = \frac{7}{50}$

$1,2 = \frac{6}{5}; 0; 0,36 = \frac{9}{25}$

$1,615 = \frac{323}{200}; 0,865 = \frac{173}{200}; 0,465 = \frac{93}{200}$

5. Miden $0,98$ m y $0,9$ m, respectivamente.
 6. a. V. Ya que cuando se transforma de decimal periódico, en este caso sería 1 decimal periódico, en la fracción se utiliza un 9 en el denominador.
 b. F. El denominador debe ser 1.
 7. a. $11,5025$ s.
 b. Cada uno debe hacer $11,1875$ s.

Página 20

Adición y sustracción de números racionales

1. a. $\frac{13}{12}$

b. $-\frac{31}{45}$

c. $\frac{241}{90}$

d. $\frac{19}{20}$

e. $\frac{61}{10}$

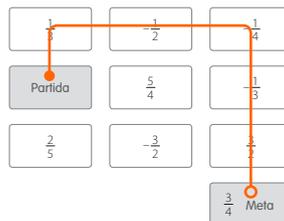
f. $\frac{17}{9}$

2. a. $\frac{1}{7}$ del total.
 b. 284 mL.
 3. a. $6,1$ kg de fruta.
 b. Le quedó $\frac{1}{4}$ del total del dinero.
 c. Sí, puede subir otra persona.

Página 21

- d. No falta ninguna parte.
 4. a. La balanza 1 registró la masa correcta.
 b. Perdería dinero.
 c. No, ya que registra más masa.

5.



Página 22

Multiplicación y división de números racionales.

- $\frac{1}{4}$
 - $\frac{9}{10}$
 - $\frac{5}{2}$
 - 12
 - $\frac{3}{4}$
 - $\frac{7}{8}$
- 0,34
 - 78
 - 39,564
 - 5,35
 - 48
 - 6,84
- 4 bebidas.
 - $\frac{1}{2}$ kg de galletas.
- $\frac{41}{2}$ tazas de azúcar.
 $\frac{101}{2}$ tazas de harina.
 $\frac{33}{4}$ tazas de manjar.
 $\frac{3}{2}$ kg de crema.

Página 23

- $\frac{25}{8}$ kg de mermelada.
 - $\frac{11}{2}$ pizzas.
 - 14 panes.
 - 2,97m.
- 5.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - 1,3 &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{4}{3} & \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{4}{3} \\ &= \frac{7}{6} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{4}{3} & = \frac{1}{2} + \left(-\frac{8}{15}\right) - \frac{4}{3} \\ &= \frac{14}{15} - \frac{4}{3} & = -\frac{41}{30} = -1\frac{11}{30} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

Página 24

Evaluación Lección 2

- $\frac{1}{2}$
 - $\frac{3}{2}$
 - $-\frac{35}{36}$
- D
 - B
 - A
 - A
 - B
 - B

Página 25

- B
 - D
 - B
 - A

Página 26

Lección 3 Potencias, raíz cuadrada y porcentajes**Multiplicación de potencias**

- 243
 - 4096
 - 279936
 - 1296
 - 3375
 - 784
- 2^5
 - 3^5
 - 6^6
 - 4^8 o 16^4
- 4900
 - 27000
 - 7776
 - 13824
- 3^6 o 9^3
 - $6 \cdot 3^6$ o $6 \cdot 9^3$
 - 3^9 o 27^3
- 8^3 ; por propiedad se multiplican las bases y se mantiene el exponente.
 - 35^4 ; por propiedad se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

Página 27

6. a. De 2^6 o 64 maneras distintas pude realizar el recorrido completo.
 b. Se ofrecen 3^4 o 8^1 almuerzos distintos.
 c. $1 \text{ Mb} = 2^{20}$ bytes; $1 \text{ Gb} = 2^{30}$ bytes
 d. De arriba a abajo: $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$

Página 28

División de potencias

1. a. 27
 b. 256
 c. 216
 d. 13
 e. 5
 f. 49
2. a. 5^5
 b. 4^4
 c. 7^1
 d. 8^5
 e. 3^{10}
 f. 2^5
3. a. <
 b. <
 c. <
 d. =
 e. <
 f. >
4. a. Debe colocar 3^2 o 9 perlitas en cada una.
 b. Puede escoger 2^2 o 4 pantalones.

Página 29

- c. Hay 5^3 o 125 tipos de blusas.
 d. La medida es 5^2 o 25 cm.
 e. Vienen 3^3 o 27 lápices en cada estuche.
 f. Habrá 250 cm^3 en cada vaso.
 g. Mide 6^2 o 36 m.
 h. Hay que elevarlo en 6.

Página 30

Raíz cuadrada

1. De arriba abajo, de izquierda a derecha: 36, 324, 10 000, 2, 8, 15.
2. a. 5
 b. 7
 c. 9
 d. 11
 e. 15
 f. 20
 g. 25
 h. 30

3. a. X
 b. ✓
 c. X
 d. ✓
 e. X
 f. ✓
 g. X
 h. ✓

4. a. F. Contraejemplo: $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$ y $\sqrt{9+16} = 25$
 b. V. Por propiedad de potencias.
 c. V. Ya que $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$

Página 31

5. a. Entre 2 y 3.
 b. Entre 3 y 4.
 c. Entre 6 y 7.
 d. Entre 5 y 6.
 e. Entre 4 y 5.
 f. Entre 6 y 7.
6. a. 50
 b. 80
 c. 9
 d. 17
 e. 16
 f. 45
7. a. 9 cm.
 b. El cateto mide 9 cm.
 c. Los lados miden 8 cm y 16 cm.

Página 32

Variaciones porcentuales

1. a. 868
 b. 43,4
 c. 334,8
 d. 31 744
 e. 1 543,8
 f. 44 378,36
2. a. 910,8
 b. 235,56
 c. 3 174
 d. 414 000
 e. 31 904,68
 f. 784 226,4
3. El alza fue de un 20 %.
4. Gastó \$26 180.
5. a. Disminuyó en un 6,9%.
 b. Quedan 17 689 árboles.
6. 27 mujeres.

Página 33

7. \$247 500
8. El precio es \$798.
9. Aumenta en 21%.
10. Retiró \$251 050.
11. a. \$214 200
b. \$36 771
12. Le conviene "Hogar Dulce Hogar", ya que el porcentaje de interés es menor.

Página 34

Evaluación Lección 3

1. B
2. C
3. B
4. A

Página 35

5. D
6. C
7. A
8. B
9. D

Página 36

Evaluación final

1. a. -55
b. 281
c. 8
d. 41
e. -99
f. 807
2. a. Marcos tiene 17 puntos a favor y Leonardo 4 puntos en contra.
b. Llevan $\frac{827}{40}$ kg entre los tres.

Página 37

3. a. C
b. B
c. C
d. D
e. B
f. B

Unidad 2 • Medioambiente

Lección 1 Expresiones algebraicas

Adición y sustracción de expresiones algebraicas

1. a. $6d + 18b$
b. $27a^2 + 9a$
c. $7a + 5b$
d. $7ab + 2$
e. $2xy + 3x + y$
f. $3ab + 4a^2b^2$
g. $6ah^2 + 5h$
h. $9,5ab^2 - 3a^2b$

2.

a	b	a - b	a + b	b - a
$-2x - 4$	$5x + 8$	$-7x - 12$	$3x + 4$	$7x + 12$
$x^2 + 9x$	$3x^2 - 1$	$-2x^2 + 9x + 1$	$4x^2 + 9x - 1$	$2x^2 - 9x - 1$
$-x^2 - 4$	$x^2 + x$	$-2x^2 - x - 4$	$x - 4$	$2x^2 + x + 4$
$3x^2 - 5x$	$2x^2 + 6x$	$x^2 - 11x$	$5x^2 + x$	$-x^2 + x$
$x^2 + x + 1$	$x^2 - 1$	$x + 2$	$2x^2 + x$	$-x - 2$

3. a. $6x + 7y - 2$ b. $15a + b + 10$

Página 39

- c. $-a - 4b - 7c$
d. $8xy - 8xz - 6yz + 2xyz$
4. a. $x + 8y + 1$
b. $-2x + 18y - 4$
5. a. F. Hay que fijarse en el coeficiente numérico y literal.
b. V. Compartirán el coeficiente literal.
c. F. Puede ser cero si son términos idénticos.
6. A
7. D

Página 40

Multiplicación de expresiones algebraicas

1. a. $8m^3$
b. $6x^2y$
c. $-10x^5y^2$
d. $-28a^3bc$
e. a^5b^{10}
f. $6p^6q^5$

2. a. $-2x - 2y$
 b. $2x + 2y$
 c. $am + an$
 d. $-16x - 12y$
 e. $-5s + 15k$
 f. $3a^2 - 2ab + ac$

3. a. $2x^2 + 5x + 2$
 b. $3x^2 + 4x + 1$
 c. $2x^2 + 7x + 6$
 d. $5x^2 + 17x + 6$

4. a. $ax + 4x - 2x - 8$
 b. $3xy - 18x - 2y + 12$
 c. $9x^2 + 12xy + 9y^2$

Página 41

5. $(x + 4)(2x + 3) - 2x^2 = 11x + 12$
 6. a. $16a^2 + 24a + 9$
 b. $4a^2\pi + 24ab\pi + b^2\pi$
 c. El área aumenta 16 veces y el perímetro se cuadruplica. El perímetro es 16m y el área es 16m².
 d. $(576 - 48a + a^2)$ cm²

Página 42

Evaluación Lección 1

1. C
 2. B
 3. B
 4. A

Página 43

5. D
 6. C
 7. B
 8. A
 9. A
 10. D

Página 44

Lección 2 Ecuaciones e inecuaciones

Ecuaciones

1. 10 cerdos.
 2. a. $x = 18$
 b. $x = 1$
 c. $h = 10$
 d. $p = 0$
 e. $y = 5$
 f. $d = \frac{14}{5}$

3. a. Habló 115 minutos.
 b. Vendió 4 ramos.

Página 45

- c. Mujeres: 14, hombres: 7, niños: 21
 d. El precio es de \$90.
 e. La longitud es de 1,9 m.
 f. \$3 120
 g. En la primera 9 limones, en la segunda 24 y en la tercera 18.
 h. 72 cm.

Página 46

4. a. Tiene -9 años, lo cuál no es posible.
 b. El precio real es de \$95 000.
 c. Javiera ya que al solucionar la ecuación resulta $-\frac{4}{3}$.
 d. Uno mide 80 cm y el otro 220 cm, es posible.
 e. Trufa: 10, Menta: 20, Manjar: 4. Es posible.

Página 47

5. C
 6. D
 7. B
 8. B
 9. C

Página 48

Inecuaciones

1. a. $x < 4$
 b. $x < 4,5$
 c. $y < 1,2$
 d. $x > -\frac{14}{3}$
 e. $x < 8$
 f. $x < -0,4$
 g. $x > -14$
 h. $x < 6$
2. a. F. Se mantiene la desigualdad al sumar o restar el mismo número a ambos lados.
 b. V.
 c. F. Hay veces en que la inecuación se indetermina.
 d. V.
3. a. 81 kg.
 b. 155 cm aproximadamente.

Página 49

4. a. Menores a -8.
 b. Mayor a 6 cm y menor a 18 cm.
 c. A partir de los 27 años.
 d. 10 000 m.
5. A

Página 56

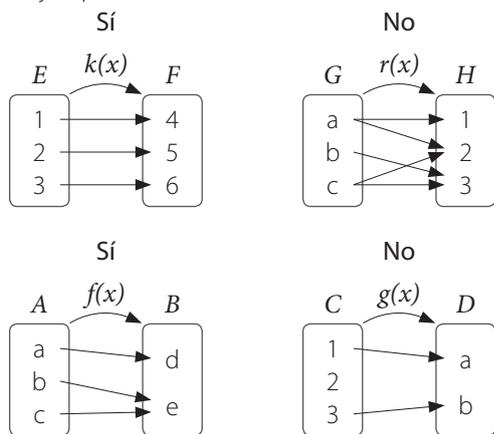
7. **a.** Los enteros mayores o iguales a 0 y menores o iguales a 70.
 - b.** Los enteros que cumplan con la función, mayores o iguales a 0 y menores o iguales a 10 200.
 - c.** Debe vender 3 chocolates.
 - d.** El costo de los 70 chocolates.
 - e.** Gana \$10 200.
8. C
 9. A

Página 57

10. A
11. A
12. C
13. D

Página 58

14. **a.** No
 - b.** Sí
 - c.** Sí
 - d.** No
15. Respuesta variada, a continuación, se muestran 2 ejemplos.



16. **a.** 11, 2, 3, 4
- b.** 3, 5, 7, 5
- c.** 7
- d.** No

Página 59

17. **a.** Sí, ya que a cada elemento del dominio le corresponde uno del recorrido.
 - b.** No, ya que el 2 tiene dos imágenes.
18. **a.** Los números menores a 5.
 - b.** Los números menores o iguales a 2 y los mayores a 3.

19. **a.** Mayores a 0 y menores o iguales a 1.
- b.** Mayores o iguales a -1 y menores o iguales a 1.

Página 60

20.

Cantidad de alfajores por caja	6	12	18	24
Cantidad de cajas	24	12	8	6

- a.** No porque el 15 no es divisor de 144.
 - b.** 16 cajas.
21. **a.** Entre -3 y -2; -1 y 1; 2 y 3.
 - b.** Entre -2 y -1; 1 y 2.
 - c.** -0,5
 - d.** 1.

Página 61

- e.** Los valores de y son positivos cuando los de x son positivos y los de y son negativos cuando los de x son negativos.
22. **a.** Creciente: x menores a 0 y mayores a 2.
Decreciente: x mayores a 0 y menores a 2.
 - b.** Creciente: x mayores a 2.
Decreciente: x menores a 0 y entre 1 y 2.
 - c.** Creciente: x menores a -1.
Decreciente: x mayores a -1.
 - d.** Creciente: x menores a -2 y entre 0 y 2.
Decreciente: x entre -2 y 0; y mayores a 2.

23. B

Página 62

Función lineal

1. **a.** Sí, en perímetro es 4 veces el lado.
 - b.** No, no sabemos si todas las gallinas producen la misma cantidad de huevos.
 - c.** Sí, las cantidades son proporcionales.
 - d.** No, no hay patrón real entre la estatura de las personas y sus masas.
2. **a.** 2 500, 4 000, 10 000.
 - b.** $b(a) = \frac{400}{a}$
 - c.** 10 000 baldosas.
 - d.** \$750 000

Página 63

3. **a.** 0, porque 0 por cualquier número es 0.
 - b.** Es decreciente.
4. **a.** Independiente: bencina, dependiente: distancia.
 - b.** $f(x) = 14x$
 - c.** 154 km, 420 km.
 - d.** 2L, 25L.
 - e.** Tiene un costo de \$7 700.
 - f.** Tiene un costo aproximado de \$10 500.

Página 64

5. **a.** Se cumple.
b. Se cumple.
c. Se cumple.
d. Se cumple.
6. **a.** No, ya que no crecen o decrecen proporcionalmente.
b. $f(x) = 120x + 650$
c. Pagaría \$18 650.
d. Debe consumir 119 kWh como máximo.

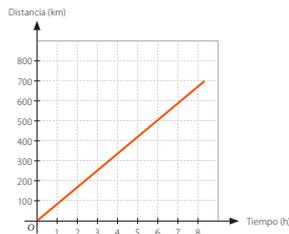
Página 65

7. **a.** 2 250, 3 000, 4 500
b. $g(x) = 150x$
c. 160 helados.
8. **a.** $f(x) = 0,5x + 6$
b. Creciente.
c. $f(-3) = 4,5$; $f(8) = 10$
9. **a.** $f(x) = -4x$
b. Decreciente.
c. $f(-10) = 40$, $f(5) = -20$

Página 66

10. **a.** 640 km.
b.

Tiempo (h)	Distancia (km)
3	240
4	320
6	480
7	560
8	640



- c.** $f(x) = 80x$, el dominio es el tiempo en horas entre 0 y 8.
 - d.** Está a 400 km.
 - e.** Han transcurrido 4 horas.
 - f.** Una recta.
11. C
- Página 67
12. A
 13. C
 14. C

Página 68

Función afín

1. **a.** No, debido a que su gráfica no es una línea recta.
b. Sí, al considerar la masa de la caja distinta a la de los cuadernos, nos quedaría una función del tipo: $f(x) = mx + n$.

- c.** Depende, si consideramos que la distancia inicial es distinta a 0, quedaría de la forma: $f(x) = mx + n$.
 - d.** No, ya que no es una función.
2. **a.** Donde corta al eje Y.
b. En la línea el coeficiente es 0, $f(x) = 4x$. En la afín el coeficiente es distinto de 0, $f(x) = 3x + 2$.
c. La función lineal pasa por el origen y la afín no.
d. Con el eje Y, es el coeficiente de posición. Con el eje X, se reemplaza "y" con 0 y se despeja "x".

Página 69

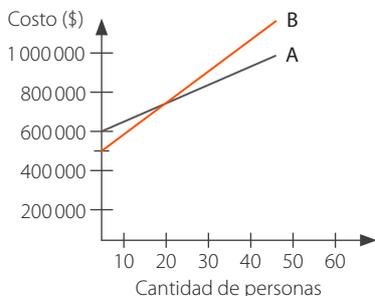
3. **a.** Afín
b. Lineal
c. Afín
d. Lineal
e. Afín
f. Afín
4. **a.** $m = -2$, (0,7)
b. $m = 5$, (0, -10)
c. $m = -4,5$; (0; 2,5)
d. $m = -\frac{2}{5}$; $(0, -\frac{3}{4})$
5. **a.** Bastián: 10 000, 12 000, 14 000
b. Belén: 6 000, 8 000, 10 000, 12 000
c. No, ya que no crecen o decrecen proporcionalmente.
d. Bastián: $f(x) = 6 000 + 2 000x$, Belén: $4 000 + 2 000x$
6. **a.** Lineal, la fruta descarozada es tres cuartas partes de la original.
b. $\frac{33}{4}$ kg.

Página 70

7. **a.** A: \$10 770, \$2 513, B: \$11 970, \$2 793, C: \$13 470, \$31 439.
b. A: $f(x) = 3 590x$, B: $f(x) = 3 990x$, C: $f(x) = 4 490x$
c. A: \$26 050, B: \$26 700, C: \$2 845.
La pizzería A es la más conveniente.
d. A: $f(x) = 3 590x + 1 000$, B: $f(x) = 3 990x + 1 200$, C: $f(x) = 4 490x + 1 500$
8. **a.** $a(t) = 10t$
b. 9 000L
c. 30 horas

Página 71

9. a. $A: f(x) = 10\,000x + 600\,000$,
 $B: f(x) = 15\,000x + 500\,000$
 b. Se intersecan cuando la cantidad de personas es igual a 20.



c. La empresa A.

10. D

Página 72

Evaluación Lección 3

1. C
2. A
3. C
4. B

Página 73

- | | |
|------|-------|
| 5. D | 8. C |
| 6. A | 9. A |
| 7. C | 10. B |

Página 74

Evaluación final

1. a. $x = 8$
 b. $x > \frac{5}{16}$
2. a. $m = 1, n = 10$
 b. $m > \frac{2}{3}, n > \frac{1}{4}$
3. a. El número es -52 .
 b. Su altura mide $(x + 3)$ m.

Página 75

- c. El número es 8.
- d. Se necesitará 24 horas.

4. B
5. C
6. C

Unidad 3 • La geometría del arte Página 76

Lección 1 Área y volumen de prismas y cilindros

Área de prismas y cilindros

1. a. 462 cm^2
 b. $141,5 \text{ cm}^2$
 c. 540 cm^2
 d. 192 cm^2
 e. 468 cm^2
 f. 122 cm^2
2. 600 cerámicas.

Página 77

3. a. 92 cubos.
 b. No se puede, faltan 182 cm^2 .
 c. \$3 000
 d. 1 280 cm de alambre, $67\,200 \text{ cm}^2$ de tela.
 e. $13,76 \text{ m}^2$.

Página 78

4. a. $16\pi, 88\pi, 120\pi$.
 b. $169\pi, 884\pi, 1222\pi$.
 c. $225\pi, 150\pi, 600\pi$.

5. a. $406,2 \text{ cm}^2$
 b. 104,7 L aproximadamente.
 c. El con forma de prisma.

Página 79

- d. 3,5 cm y 9 cm, aproximadamente.

6. $16\pi \text{ cm}$.
7. D
8. A
9. B
10. C
11. A

Página 80

Volumen de prismas y cilindros

1. a. $84\,000 \text{ cm}^3$.
 b. 175 cm^3 .
2. a. 2 m.
 b. 16 cubitos.
 c. 200 m^3 .
 d. Es el triple también.

Página 81

3. **a.** Menor.
b. No, ya que es menor cantidad de jugo.
4. **a.** 450L.
b. $4\,500\text{ cm}^3$.
5. **a.** No.
b. 5 m^2 .
6. 150 000 veces.

Página 82

7. **a.** $35,325\text{ cm}^3$
b. $18\,042,44\text{ cm}^3$
c. $2\,260,8\text{ cm}^3$
8. **a.** 15,3 cm.
b. El de radio doble de base.
c. $255,0456\text{ cm}^3$.

Página 83

- d.** 4 es a 1.
9. **a.** $2\,769,48\text{ cm}^3$.
b. $2\,317,32\text{ cm}^3$.
c. $1\,664,2\text{ cm}^3$.
10. **a.** El de altura 4 cm.
b. El de altura 4 cm.
c. En el de altura 4 cm.

Página 84

Evaluación Lección 1

1. D
2. C
3. C
4. D
5. B
6. A

Página 85

7. D
8. B
9. C
10. C
11. B
12. A

Página 86

Lección 2 Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras

1. **a.** 4 cm
b. $\sqrt{250} \approx 15,81\text{ cm}$
c. $\sqrt{33} \approx 5,74\text{ cm}$
2. **a.** $\sqrt{193} \approx 13,89\text{ cm}$
b. 13 cm
c. $\sqrt{34} \approx 5,83\text{ cm}$
d. 6 cm
e. $\sqrt{21} \approx 4,58\text{ cm}$
f. $\sqrt{48} \approx 6,93\text{ cm}$
3. **a.** Sí
b. No
c. No
d. No
e. Sí
f. Sí
4. **a.** 68 cm.
b. 46 cm.

Página 87

5. **a.** Mide aproximadamente 19,21 cm.
b. La altura es, aproximadamente, 6,93 dm.
c. Los lados miden 10 cm.
d. La altura mide, aproximadamente, 5,2 cm.
e. La diagonal mide, aproximadamente, 7,07 cm.
6. D
7. B

Página 88

Aplicaciones del teorema de Pitágoras

1. **a.** Se encuentran a 14 m, aproximadamente.
b. Se utilizó 18,49 m.
2. **a.** Se ahorra 38 m, aproximadamente.
b. Se necesita 21,21 m de cable, aproximadamente.
c. Necesita 320 m de madera.
d. La escalera mide 3,6 m, aproximadamente.

Página 89

- e.** La rampa mide 61 m.
f. Se encuentra a 13 m.
g. Se encuentra a 60 m.
3. C
4. D

Página 91

Herramientas tecnológicas

- El área del polígono 2, más el área del polígono 3, es igual al área del polígono 1.
- Las comparaciones hechas comprueban que la fórmula se cumple.

Página 92

Evaluación Lección 2

- C
- D
- B
- A

Página 93

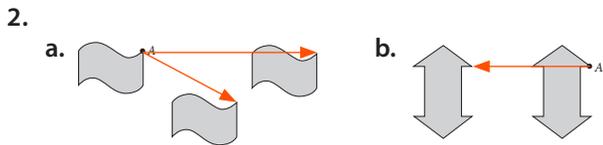
- C
- B
- B
- C
- A
- D

Página 94

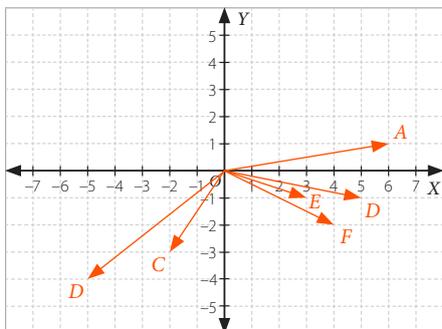
Lección 3 Transformaciones isométricas

Traslación

- V.
 - F. No cambia ni tamaño, ni forma.
 - V.
 - V.



3.

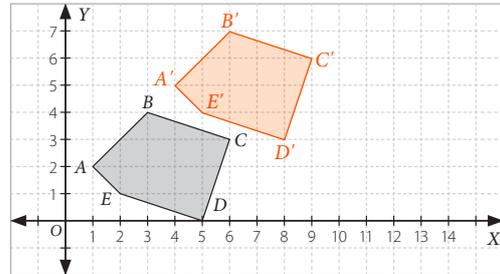


Página 95

4.

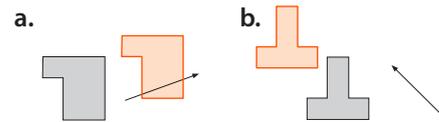
$P(x, y)$	$P(1, 3)$	$P(-2, -4)$	$P(11, 7)$	$P(1, 5)$	$P(0, 3)$
\vec{v}	$\vec{v} = (1, -2)$	$\vec{v}(2, 7)$	$\vec{v} = (-3, -5)$	$\vec{v}(4, -4)$	$\vec{v} = (3, -2)$
$P'(x, y)$	$P'(2, 1)$	$P'(0, 3)$	$P'(7, 2)$	$P'(5, 1)$	$P'(3, 1)$

5.



$A'(4,5); B'(6,7); C'(9,6); D'(8,3); E'(5,4)$

6.



- $A'(3,3), B'(5,3), C'(5,1), D'(3,1)$
- $\vec{v}(-1,-3)$
 - $A'(0,0); B'(2,1)$

Página 96

Rotación

- F. También se necesita el centro de rotación.
 - F. Ya que para quede igual debe tener el mismo ángulo de rotación.
 - V.
- $A'(0,3), B'(-5,2), C'(-2,-3), D'(4,1), E'(3,2)$
- I, II y III.
 - Centro de la figura, 120° .
 - Centro de la figura, 180° .
 - Centro de la figura, 90° .

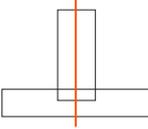
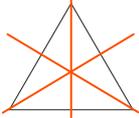
Página 97

- A
- D
- C
- B
- B

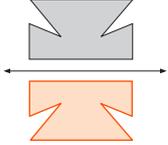
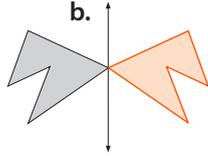
Página 98

Reflexión

- F. Es necesario conocer el eje de simetría.
 - V.
 - F. Todos los puntos se posicionan a la misma distancia, en perpendicular, del eje de simetría.
 - F. Tiene 5 ejes.

2. a.  b.  c.  d. 
3. F I G U R A S
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Página 99

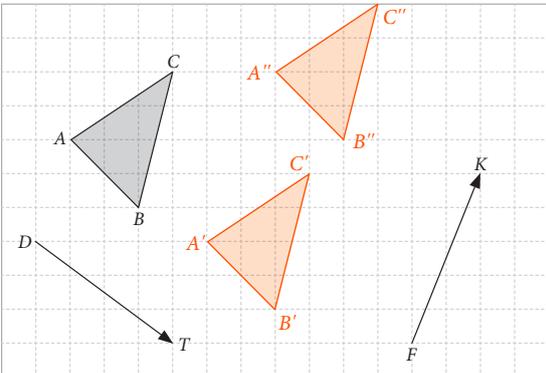
4. a.  b. 

5. a. $A'(2, -4), B'(-1, -5), C'(1, -5)$
b. $A'(2, 4), B'(-1, 5), C'(1, 5)$

6. C
7. C

Página 100

Composición de transformaciones isométricas

1. 

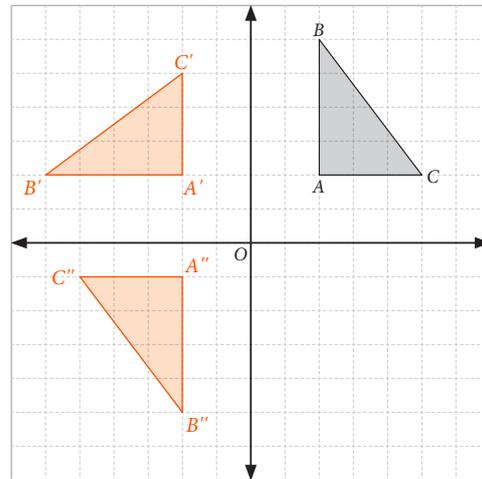
Sí con el $\vec{v}(6, 2)$.

2. a. El primero es $(8, 0)$ y el segundo es $(-8, -4)$
b. $(0, -4)$

Página 101

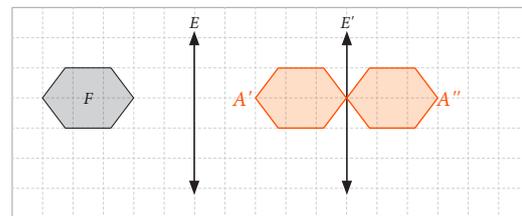
3. a. $(5, 10)$ b. $(-3, -7)$
4. a. $(4, 3)$ b. $(10, -7)$

5. $(1, -5)$
6. Vuelve a la posición inicial.



Página 102

7. Traslación



8. a. Composición de traslaciones.
b. Composición de reflexiones.
c. Sí, en a. con el $\vec{v}(-5, -1)$ en b. con una rotación de 180° con centro en el origen.
9. El punto A es $(15, -11)$ ya que rotar en 90° y luego en -90° se anulan.

Página 103

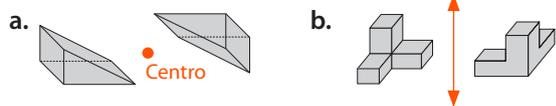
10. En torno al eje Y: $A'(-4, -1), B'(-2, -4), C'(-4, -7)$ y $D'(-6, -4)$
En torno al eje X: $A''(4, -1), B''(2, -4), C''(4, -7)$ y $D''(6, -4)$
11. a. No, ya que no se puede recubrir una superficie sin dejar espacios.
b. Sí, ya que se puede recubrir una superficie sin dejar espacios.
c. No, ya que no se puede recubrir una superficie sin dejar espacios.
d. Sí, ya que se puede recubrir una superficie sin dejar espacios.

12. D
13. D

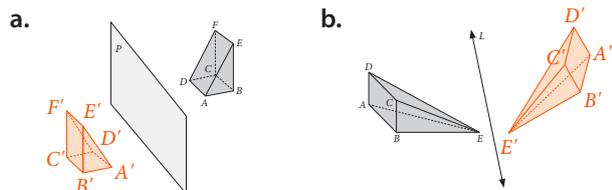
Página 104

Transformaciones isométricas en el **espacio**

- Espacial con respecto a un punto.
 - Espacial con respecto a un eje.



- Revisar perspectiva en el primer dibujo.



- Espacial con respecto a un plano.
- Espacial con respecto a un eje.

3. B

Página 105

- D
- C
- C
- B

Página 106

Evaluación Lección 3

- D
- A
- D
- C

Página 107

- D
- B
- C
- A
- B
- C

Página 108

Evaluación final

- A
- D
- A
- C

Página 109

- A
- B
- A

Unidad 4 • El deporte

Lección 1 Estadística

Representaciones gráficas

- De 0 a 2.
 - 15 trabajadores.
 - 66,67%
 - 30
 - Entre 2 y 4.

2. C

Página 111

- B
- A
- C
- C

Página 112

- B
- A

Página 113

- C
- B
- C

Página 114

Medidas de posición

1. a.

	Masa corporal (kg)	Estatura (cm)
Media	58,38	160,33
Mediana	56	161
Moda	49	162
Q ₁	49	155
Q ₃	65	167

- 8 alumnos.
- 10 alumnos.
- Algunos ejemplos de conclusiones son:
 - La mayor parte de los estudiantes tienen una masa de 49 kg.
 - El 25% de los estudiantes tiene una masa de 49 kg o menos.
 - El 75% de los estudiantes tiene una masa de 65 kg o menos.
 - La masa corporal promedio es de 58,38 kg.

- e. Algunos ejemplos de conclusiones son:
- La mayor parte de los estudiantes miden 162 cm.
 - El 25% de los estudiantes mide 155 cm o menos.
 - El 75% de los estudiantes mide 167 cm o menos.
 - La estatura promedio es de 160,33 cm.

Página 115

2. a. 10, 23 trabajadores.
 b. 10 trabajadores.
 c. 11 trabajadores.
 d. $Q_1 = 6$ días, $Q_2 = 12$ días.
 e. Algunos ejemplos de conclusiones son:
- La mayor parte de los días faltaron 11 trabajadores.
 - En promedio faltaron 10,23 trabajadores.
 - El 25% de los días faltaron 6 trabajadores o menos.
 - El 50% de los días faltaron 10 trabajadores o menos.

3. a. 17,03 meses.
 b. 16 y 17 meses.

Página 116

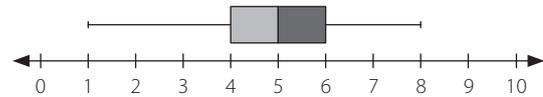
- c. $P_{10} = 15$
 $P_{30} = 16$
 $P_{70} = 18$
 d. Ejemplos de conclusiones son:
- En promedio los bebés tienen 17,03 meses.
 - El 10% de los bebés tiene 15 meses o menos.
4. a. $Q_1 = 60$ km, $Q_2 = 80$ km
 b. 70 km.
 c. Ejemplos de conclusiones son:
- La rapidez del 25% de los automóviles es de 60 km o menos.
 - La rapidez del 75% de los automóviles es de 80 km o menos.
5. a. $Q_1 = 21$ años, $Q_2 = 25$ años, $Q_3 = 31$ años.
 Promedio: 25,72 años.
 b. Ejemplos de conclusiones son:
- En promedio sus madres tenían 25,72 años cuando nacieron.
 - El 25% de sus madres tenía 21 años o menos cuando nacieron.

Página 117

6. a. $Q_1 = 76$, $Q_2 = 82$, $Q_3 = 90$. Promedio: 79,81
 b. 81,25%
 7. A
 8. A

Página 118

9. a.



- b. Los menores a 4 y mayores a 6, estos abarcan aproximadamente la mitad de los datos.
 c. Algunos ejemplos de respuestas son:
- Entre 4 y 5, ya que la mediana se observa por encima del 4, que es la mitad del gráfico.
 - 5, ya que ese es el valor de la mediana.
- d. El promedio es 4 horas. Si es semejante o no, depende de cada respuesta.

Página 119

10. C

11. C

12. A

Página 120

Evaluación Lección 1

1. A
 2. B
 3. D
 4. B
 5. D
 6. D

Página 121

7. B
 8. C
 9. B
 10. D
 11. C
 12. C

Página 122

Lección 2 Probabilidad

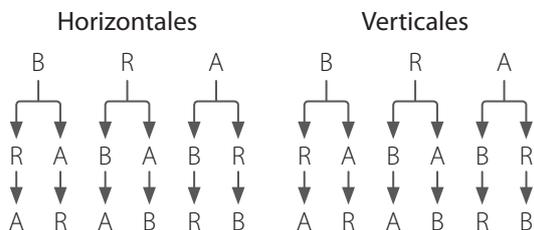
Principio multiplicativo

1. a. 720 formas.
 b. 32 formas.
 c. 1 680 formas.
 d. 14 formas.
 e. 150 maneras.

Página 123

f. 21 cambios

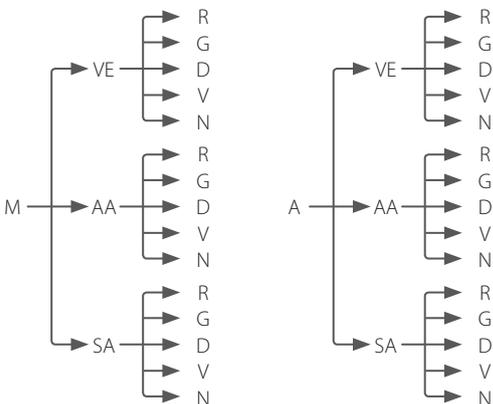
2. a. 12 banderas.



b. 505 440 combinaciones.

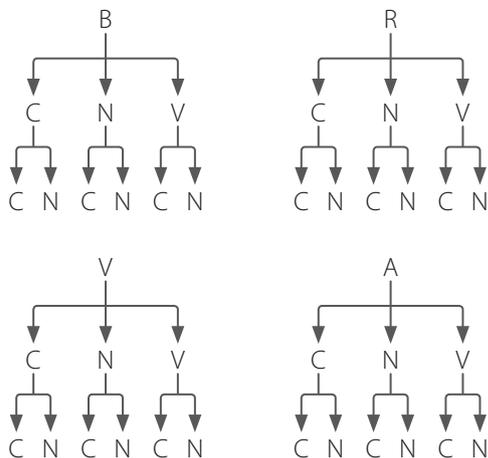
Página 124

c. 30 maneras.

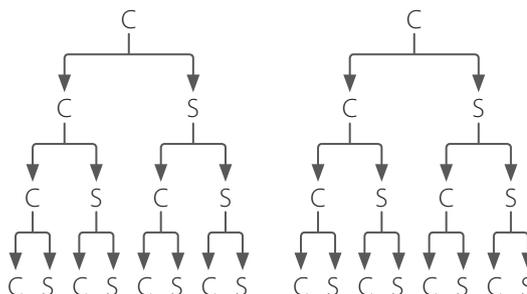


M: mecánico; A: automático; VE: vidrios eléctricos; AA: aire acondicionado; SA: sistema de audio; R: rojo; G: gris; D: dorado; V: verde; N: negro.

d. 24 formas.



e. 16 resultados.



Página 125

3. C

4. C

5. C

6. D

Página 126

Cálculo de probabilidades

1. a. $\frac{1}{16}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{3}{8}$

d. $\frac{11}{16}$

2. a. CCC

CCS

CSS

CSC

SSS

SSC

SCC

SCS

b. A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{7}{8}$

3. Sacar 3 azules y sacar uno rojo, uno verde y uno amarillo. Ya que en ambos se sacan tres papelitos y la probabilidad de sacar uno amarillo es la misma y la más alta.

Página 127

4. a. $\frac{1}{4}$
 b. $\frac{1}{4}$
 c. $\frac{9}{14}$
 d. $\frac{13}{28}$
 e. $\frac{3}{28}$
5. a. 12 combos.
 b. $\frac{1}{4}$
 c. $\frac{2}{3}$

Página 128

6. a. $\frac{7}{36}$
 b. $\frac{7}{9}$
 c. $\frac{29}{129}$
 d. $\frac{3}{8}$
 e. $\frac{9}{14}$
 f. $\frac{22}{25}$

Página 129

- g. Un número par.
 h. $\frac{19}{80}$
7. D
 8. D
 9. C
 10. A

Página 130

Evaluación Lección 2

1. D
 2. B
 3. D
 4. A

Página 131

5. D
 6. C
 7. B
 8. A
 9. C
 10. B

Página 132

Evaluación final

1. A
 2. B
 3. B

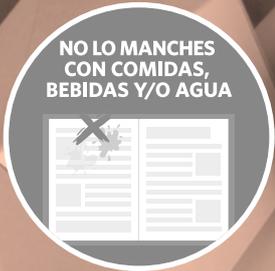
Página 133

4. B
 5. D
 6. A
 7. D



En la creación de este texto se utilizaron las siguientes familias tipográficas:

Myriad Pro
Vag Rounded Std
Calliope MVB Std



Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

