



# Guía de Matemática

## Tema 1: Raíces I Parte

Prof. M. Sepúlveda V.



Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: 2° \_\_\_\_ Fecha: Marzo 2020

### Objetivos de Aprendizaje:

**OA 1:** Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:

- Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.
- Combinando raíces con números racionales.
- Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

## I Sección: Introducción a los Números Irracionales

### ¿Qué debo saber?



1. Representa los siguientes números decimales como una fracción

a)  $3,2\bar{5}$

b)  $8,333$

c)  $6,4$

d)  $9,\bar{9}$

2. Representa cada número racional como decimal

a)  $\frac{13}{99}$

b)  $\frac{21}{63}$

c)  $\frac{6}{5}$

d)  $\frac{45}{2}$

3. Calcula el valor de cada expresión

a)  $2^{-3} + 2^0 - 2^2$

b)  $(-5)^{-3} - 5^3$

c)  $\frac{2^{2^2}}{2(2^2)^2}$

d)  $\frac{3^4 \cdot 3^3 \cdot 3^{-2}}{3^{-3} \cdot 3^0 \cdot 3^2}$

e)  $\frac{5^3 \cdot 5^2}{5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^{-1}}$

f)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-4} + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$

4. Resuelve las siguientes operaciones con números racionales

a)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} : \frac{1}{5} - \frac{5}{12} =$

b)  $-\frac{2}{3} + 2,4 \cdot 3,8 - \frac{5}{6} =$

c)  $(0,21\bar{5} - 2,4\bar{6}) \cdot \left[\frac{3}{7} - \left(-\frac{5}{2}\right)\right] =$

d)  $\left(\frac{3}{8} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{44}{6} + \frac{9}{2}\right) =$

5. Determina si es verdadero o falso

- a) \_\_\_\_\_ Si la base de la potencia es negativa, el valor de la potencia siempre será negativo
- b) \_\_\_\_\_ Todas las fracciones pueden escribirse como un número decimal
- c) \_\_\_\_\_ Todos los números decimales pueden escribirse como una fracción

6. Una piscina tiene agua hasta los  $\frac{3}{8}$  de su capacidad y si se le agregan 3200 litros de agua, se llenaría.

¿Cuál es la capacidad máxima de la piscina?

7. En un triángulo rectángulo los catetos miden 24cm y 32 cm. ¿Cuál es la medida de la hipotenusa?

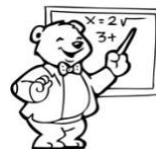
8. Si en un estante hay 5 cajones, en cada cajón se guardan 5 dispensadores, cada dispensador almacena 5 frascos y cada frasco contiene 5 analgésicos, ¿Cuántos analgésicos hay en total?

9. **Ciencias Naturales**  . Una población de bacterias se duplica cada 30 minutos. Si luego de 3 horas hay 24.064 bacterias. ¿Cuántas había inicialmente?
10. Si la arista de un cubo mide  $\frac{3}{4}$  m. ¿Cuál es su volumen?

### Solución: ¿Qué debo saber?

1. a.  $\frac{293}{90}$       c.  $\frac{32}{5}$       4. a.  $\frac{187}{60} = 3,11\bar{6}$       c.  $-\frac{8\ 216\ 154}{1\ 247\ 400} = -6,587$   
 b.  $\frac{8333}{1000}$       d. 10      b.  $\frac{47}{6} = 7,8\bar{3}$       d.  $-\frac{11}{284} = -0,0387$
2. a.  $0,\overline{13}$       b.  $0,\bar{3}$       c. 1,2      d. 22,5
3. a.  $-\frac{23}{8} = -2,875$       d. 729      5. a. F      b. V      c. F  
 b.  $-\frac{15\ 626}{125} = -125,008$       e.  $\frac{1}{5} = 0,2$   
 c.  $\frac{1}{2} = 0,5$       f.  $\frac{15\ 851}{432} = 36,692$   
 6. La capacidad de la piscina son 5120 litros.  
 7. La medida de la hipotenusa es 40 cm.  
 8. Hay 625 analgésicos en total.  
 9. Habían 376 bacterias.  
 10. El volumen es  $\frac{27}{63}$  cm<sup>3</sup>.

### Actividades de práctica



1. Identifica si cada número pertenece  $[\in]$  o no pertenece  $[\notin]$  al conjunto dado:

	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{N}$
21				
3,14				
-256898				
$\sqrt{144}$				
$\sqrt{35}$				
$-\sqrt{49}$				
-29,1				
12,7639876				
$\sqrt{3}$				



2. Resuelve las operaciones y clasifica los números en racionales o irracionales

a)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$       b)  $(\sqrt{3})^{-2}$       c)  $\frac{\sqrt{29 - \sqrt{16}}}{\sqrt{9}}$       d)  $1 + \sqrt{121}$       e)  $(\sqrt{5} - 1)^2$

3. Expresa los siguientes números decimales como fracción

a) 6,2 =      c) 2,552 =      e)  $0,\overline{51}$  =      g)  $0,\overline{426}$  =  
 b) 4,38 =      d) 7,9913 =      f)  $0,\overline{025}$  =      h)  $2,\overline{435}$  =

4. Redondea y trunca con dos cifras decimales los siguientes números:

Número	Redondea	Trunca
0,009999 ...		
12,8713498 ...		
1,89429987 ...		
-1,4656 ...		

5. Determina las siguientes aproximaciones, con las condiciones dadas:

- a) 3,53594 truncado a la décima                      e) 3,34862 redondeado a la décima  
 b) 6,81977 truncado a la centésima                  f) 8,28457 redondeado a la centésima  
 c) 2,17855 truncado a la milésima                    g) 6,40003 redondeado a la milésima  
 d) 5,20189 truncado a la diezmilésima              h) 9,38531 redondeado a la diezmilésima

6. Escribe los siguientes números, mediante una aproximación por **defecto o exceso**, según como se indica:

Número	décima		centésima		milésima		Redondea (2 decimales)
	defecto	exceso	defecto	exceso	defecto	exceso	
124,5216...							
7124,4444...							
$\sqrt{5}$							
$\sqrt{23}$							

7. Determina el valor de las siguientes raíces:

- a)  $\sqrt{9}$                       d)  $\sqrt{-9^2}$                       g)  $\sqrt{6^2+8^2}$                       j)  $\sqrt{100x^2}$   
 b)  $\sqrt{9^2}$                       e)  $\sqrt{6+8}$                       h)  $(\sqrt{6+8})^2$                       k)  $\sqrt{(a+b)^2}$   
 c)  $\sqrt{(-9)^2}$                       f)  $\sqrt{(6+8)^2}$                       i)  $\sqrt{x^2}$                       l)  $\sqrt{x^2-10x+25}$

8. Escribe las siguientes potencias utilizando notación radical ( $\sqrt{\quad}$ ):

- a)  $2^{\frac{1}{2}}$                       c)  $\left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$                       e)  $(-5)^{\frac{1}{3}}$                       g)  $0,43^{\frac{1}{8}}$   
 b)  $3^{\frac{1}{4}}$                       d)  $6^{\frac{1}{2}}$                       f)  $\left(\frac{2}{9}\right)^{-\frac{1}{3}}$                       h)  $\left(\frac{7}{5}\right)^{-\frac{1}{4}}$

9. Escribe las siguientes raíces utilizando notación exponencial ( $a^n$ ):

- a)  $\sqrt{5}$                       b)  $\sqrt{17}$                       c)  $\sqrt[3]{-2}$                       d)  $\sqrt[5]{\frac{12}{27}}$                       e)  $\sqrt[4]{36}$                       f)  $\sqrt[7]{-\frac{7}{9}}$

10. Determina si las igualdades son verdaderas o falsas. En el caso de las falsas, escribe la igualdad correcta:

- a)  $3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{4}$     b)  $(-7)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{-7}$     c)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{5}\right)^3}$     d)  $\sqrt{3^5} = 3^{\frac{1}{5}}$     e)  $\sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$     f)  $\sqrt[5]{\left(-\frac{3}{4}\right)^7} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{\frac{5}{7}}$

### Solución: Actividades Prácticas

3.

- a.  $\frac{31}{5}$                       c.  $\frac{319}{125}$   
 b.  $\frac{219}{50}$                       d.  $\frac{79\ 913}{10\ 000}$   
 e.  $\frac{51}{99}$                       g.  $\frac{211}{495}$   
 f.  $\frac{5}{198}$                       h.  $\frac{2411}{990}$

4.

	Número	Redondea	Trunca
a)	0,009999...	0,01	0,00
b)	12,8713498...	12,87	12,87
c)	1,89429987...	1,89	1,89
d)	-1,4656...	-1,47	-1,46

7.

1.

€	€	€	£
£	£	€	£
£	€	€	£
€	€	€	£
£	£	£	€
£	€	€	£
£	£	€	£
£	£	€	£
£	£	£	€

- 2.
- a.  $0,629... \in \mathbb{Q}^c$
  - b.  $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
  - c.  $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}$
  - d.  $12 \in \mathbb{Q}$
  - e.  $6 - 2\sqrt{5} \in \mathbb{Q}^c$

- 5.
- a) 3,5
  - b) 6,81
  - c) 2,178
  - d) 5,2018
  - e) 3,3
  - f) 8,28
  - g) 6,400
  - h) 9,3853

- a) 3
- b) 9
- c) 9
- d) No definida en  $\mathbb{R}$
- e)  $\sqrt{14}$
- f) 14
- g) 10
- h) 14
- i)  $|x|$
- j)  $10|x|$
- k)  $|a+b|$
- l)  $|x-5|$

6.

	Números	décima		centésima		milésima		Redondea (2 dec)
		defecto	exceso	defecto	exceso	defecto	exceso	
a)	124,5216...	124,5	124,6	124,52	124,53	124,521	124,522	124,52
b)	7124,444...	7124,4	7124,5	7124,44	7124,45	7124,444	7124,445	7124,44
c)	$\sqrt{5}$	2,2	2,3	2,23	2,24	2,236	2,237	2,24
d)	$\sqrt{23}$	4,7	4,8	4,79	4,80	4,795	4,796	4,80

10.

- a) F
- b) V
- c) V
- d) F
- e) V
- f) F

8.

- a)  $\sqrt{2}$
- b)  $\sqrt[4]{3}$
- c)  $\sqrt[5]{-\frac{1}{4}}$
- d)  $\sqrt{6}$
- e)  $\sqrt[3]{-5}$
- f)  $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{9}\right)^{-1}}$
- g)  $\sqrt[8]{0,43}$
- h)  $\sqrt[4]{\left(\frac{7}{5}\right)^{-1}}$

9.

- a)  $5^{\frac{1}{2}}$
- b)  $17^{\frac{1}{2}}$
- c)  $(-2)^{\frac{1}{3}}$
- d)  $\left(\frac{12}{27}\right)^{\frac{1}{5}}$
- e)  $36^{\frac{1}{4}}$
- f)  $\left(-\frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{7}}$

## II Sección: Raíces y Descomposición de raíces

¡¡¡ VAMOH A EJERCITAR!!!



1. Determina qué condiciones debe cumplir en cada caso el número real **a** para que la raíz pueda calcularse en los números reales:

a)  $\sqrt{a}$       c)  $\sqrt[4]{a}$       e)  $\sqrt[3]{\frac{1}{a}}$       f)  $\sqrt{3a}$       g)  $\sqrt[7]{-\frac{2a}{3}}$       h)  $\sqrt[6]{-\frac{4a}{5}}$

b)  $\sqrt[3]{a}$       d)  $\sqrt{a+1}$

2. Calcula el valor de cada raíz y realiza las operaciones:

$$a) \frac{\sqrt{25} + 2\sqrt{49}}{3\sqrt{16}}$$

$$b) \sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-216}$$

$$c) \sqrt{1 - \frac{5}{9}} - \sqrt{2 + \frac{1}{4}}$$

$$d) \sqrt[6]{1} + \sqrt[3]{-27} - \sqrt[27]{-1}$$

$$e) \sqrt[3]{\left(\frac{7}{8} - 1\right)^2} : \left(1 + \frac{3}{4}\right)^{-2}$$

$$f) \frac{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 1} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-1}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{2}} - \sqrt{\frac{10}{9} - 1}$$

3. Descompón las siguientes raíces:

$$a) \sqrt{12}$$

$$b) \sqrt{20}$$

$$c) \sqrt{44}$$

$$d) \sqrt{72}$$

$$e) \sqrt[3]{32}$$

$$f) \sqrt[3]{54}$$

$$g) \sqrt[4]{48}$$

$$h) \sqrt[4]{243}$$

### III Sección: Propiedades de Raíces

4. Reduce las siguientes expresiones, sumando términos semejantes según corresponda

$$a) \sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$$

$$b) \sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 6\sqrt{12} - 3\sqrt{75}$$

$$c) 4\sqrt[3]{81} + 3\sqrt{18} - \sqrt{50} + 5\sqrt[3]{24}$$

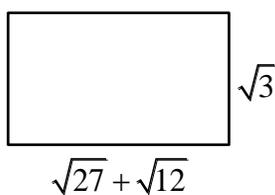
$$d) 5\sqrt[4]{243} + \sqrt[4]{162} - 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{32}$$

$$f) 8 \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 2\sqrt{\frac{3}{16}}$$

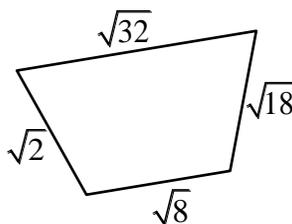
$$g) \sqrt{\frac{2}{5}} - 4 \cdot \sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8}{45}}$$

5. Determina el perímetro de cada figura:

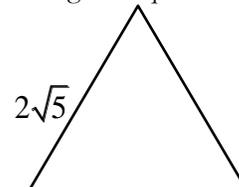
a)



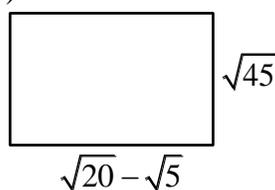
b)



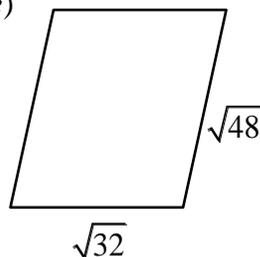
c) Triángulo Equilátero



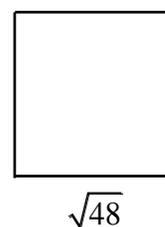
d)



e)



f) Cuadrado



6. Desarrolla las siguientes multiplicaciones de raíces de  $\equiv$  índice y reduce las expresiones según corresponda:

$$\begin{array}{ll}
 a) (\sqrt[3]{2})^3 - (\sqrt[3]{-1})^3 & e) (3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5} - \sqrt{2})(3\sqrt{5} + \sqrt{2}) \\
 b) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) & f) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\
 c) (2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 & g) \sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \\
 d) (\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 & h) 3(\sqrt{a+b})^2 - 2(\sqrt[3]{a+b})^3
 \end{array}$$

7. Reduce las siguientes expresiones a una sola raíz: (ampliación y simplificación de raíces, multiplicación y división de raíces de  $\neq$  índice)

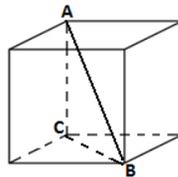
$$\begin{array}{ll}
 a) 5 \sqrt[12]{a^{30}} + 3 \sqrt[14]{a^{35}} + 9 \sqrt[10]{a^{25}} - 7 \sqrt[18]{a^{45}} & d) \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x} \\
 b) 5 \sqrt[3]{a^6} + \sqrt[5]{a^{10}} - 2 \sqrt[4]{a^8} - \sqrt[10]{a^{20}} & e) \sqrt[7]{a^2 b^3} \cdot \sqrt[3]{a^2 b^3} \\
 c) \sqrt[16]{a^{10}} : \sqrt[6]{a^2} + \sqrt[20]{a^{15}} : \sqrt[2]{a^5} & f) \sqrt[5]{a^2} : \sqrt[15]{a^4}
 \end{array}$$

8. Reduce las siguientes expresiones, ingresando los coeficientes de las raíces y/o resolviendo las raíces de raíces, según corresponda:

$$\begin{array}{ll}
 a) p \cdot \sqrt[3]{\frac{q^2}{p^2}} & e) (\sqrt{5} - \sqrt{2})\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} \\
 b) 3b \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{81b^4}} & f) 4 \cdot \sqrt{0,25\sqrt{0,25\sqrt{0,25}}} \\
 c) (\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} & g) \sqrt{\sqrt[9]{c}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[6]{c}} \\
 d) 3 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}}} & h) \sqrt[3]{\frac{25^3}{64^3}} + \sqrt[3]{\frac{27^2}{8^2}} - \sqrt[3]{\frac{27^2}{125^2}}
 \end{array}$$

9. Resuelve los siguientes problemas aplicando raíces:

- ¿Cuál es la medida de la diagonal de un rectángulo de base  $3 \text{ cm}$  y altura  $1 \text{ cm}$ ?
- ¿Cuánto mide el radio de un círculo si su perímetro es  $4\pi$ ?
- Si el área de un círculo mide  $\frac{1}{4}\pi \text{ cm}^2$  ¿Cuál es su diámetro?
- Si en el cubo la diagonal AB mide  $10 \text{ cm}$ , calcula:
  - Longitud de BC
  - Longitud de AC
  - Área del triángulo ABC
  - Volumen del cubo





Soluciones: ¡Vamoh a revisar!

### II SECCIÓN: RAÍCES Y DESCOMPOSICIÓN DE RAÍCES

1	a) $a \geq 0$	b) $a \in R$	c) $a \geq 0$	d) $a \geq -1$	e) $a \in R - \{0\}$	f) $a \geq 0$	g) $a \in R$	h) $a \leq 0$
---	---------------	--------------	---------------	----------------	----------------------	---------------	--------------	---------------

2	a) $\frac{19}{12}$	b) $-3$	c) $-\frac{5}{6}$	d) $-1$	e) $\frac{49}{64}$	f) $-\frac{91}{4}$
---	--------------------	---------	-------------------	---------	--------------------	--------------------

3	a) $2\sqrt{3}$	d) $6\sqrt{2}$	g) $2^4\sqrt{3}$
	b) $2\sqrt{5}$	e) $2^3\sqrt{4}$	h) $3^4\sqrt{3}$
	c) $2\sqrt{11}$	f) $3^3\sqrt{2}$	

### III SECCIÓN: PROPIEDADES DE RAÍCES

4	a) $-4\sqrt{2}$	b) $-4\sqrt{3}$	c) $4\sqrt{2} + 22^3\sqrt{3}$	d) $\sqrt[4]{2} + 9\sqrt[4]{3}$	e) $\frac{29\sqrt{3}}{2}$	f) $-\frac{53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$
---	-----------------	-----------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------	---------------------------------------

5	a) $12\sqrt{3}$	b) $10\sqrt{2}$	c) $6\sqrt{5}$	d) $8\sqrt{5}$	e) $8(\sqrt{2} + \sqrt{3})$	f) $16\sqrt{3}$
---	-----------------	-----------------	----------------	----------------	-----------------------------	-----------------

6	a) 3	b) $-1$	c) $17 - 4\sqrt{15}$	d) $-4\sqrt{14}$	e) $-22 - 6\sqrt{6}$	f) $4\sqrt{6}$	g) 2	h) $a + b$
---	------	---------	----------------------	------------------	----------------------	----------------	------	------------

7	a) $10\sqrt{a^5}$	b) $3a^2$	c) $2\sqrt{a}$	d) $\sqrt[30]{x^{31}}$	e) $b^{21}\sqrt[20]{a^{20}b^9}$	f) $\sqrt[15]{a^2}$
---	-------------------	-----------	----------------	------------------------	---------------------------------	---------------------

8	a) $\sqrt[3]{pq^2}$	b) $\sqrt[3]{\frac{1}{3b}}$	c) 1	d) $\sqrt[8]{3}$	e) 3	f) $\sqrt[8]{4}$	g) $\sqrt[24]{c}$	h) $\frac{61}{40}$
---	---------------------	-----------------------------	------	------------------	------	------------------	-------------------	--------------------

9	a) $\sqrt{10}$	b) 2	c) 1	d) i) $BC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ ; ii) $AC = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ ; iii) $\text{Área} = \frac{50\sqrt{2}}{3}$ ; iv) $V = \frac{1000\sqrt{3}}{9}$
---	----------------	------	------	--