



Nombre:.....Curso: 4°.... Fecha:.....

Aprendizajes Esperados:

- ✓ Conocer los elementos de una matriz diferenciándolos entre sí.
- ✓ Distinguir entre los diferentes tipos de matrices, reconociendo las características propias de cada una.
- ✓ Conocer las condiciones que deben cumplirse para poder realizar la operatoria con matrices.
- ✓ Calcular operaciones entre matrices.
- ✓ Resolver problemas por medio de matrices y sus propiedades.
- ✓ Calcular el determinante de una matriz cuadrada de orden 2 ó 3.
- ✓ Determinar las condiciones necesarias para poder calcular la inversa de una matriz.
- ✓ Calcular la inversa de una matriz cuadrada de orden 2 ó 3.
- ✓ Resolver problemas por medio del cálculo de la matriz inversa.
- ✓ Resolver sistemas de ecuaciones utilizando Regla de Cramer u operaciones elementales.

Indicaciones:

Una de las formas para estudiar matemática es repasar y aplicar los conceptos analizados en clases a través de ejercicios y problemas; esta guía pretende ser una ayuda que debes usar tanto en tu casa como en el colegio con el fin de facilitar tu aprendizaje.

Algunos de los ejercicios y problemas de la guía no tienen el espacio suficiente para su resolución, por esta razón debes resolverla y anotar tus respuestas en tu cuaderno.

1.- Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = (1 \ 2 \ 5 \ 7 \ 8)$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0,3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \sqrt{2} & -5 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F = (2)$$

a) Indique el orden de cada matriz

b) De las matrices presentadas, ¿Cuáles son cuadradas?

2.- La compañía Widget entrega sus reportes de ventas mensuales dados por medio de matrices. Las filas, en orden, representan el número de modelos: regular, de lujo y de extra lujo vendidos. Las columnas, en orden, dan el número de unidades vendidas: rojas (columna 1), blancas (columna 2), azules (columna 3) y púrpuras (columna 4). Las matrices para enero (E) y febrero (F) son:

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) En enero, ¿cuántas unidades de los modelos de extra lujo blancas se vendieron?
- b) En febrero, ¿cuántos modelos de lujo azules se vendieron?
- c) ¿En qué mes se vendieron más modelos regulares púrpuras?
- d) ¿De qué modelo y color se vendió el mismo número de unidades en ambos meses?

- e) ¿En qué mes se vendieron más modelos de lujo?
- f) En qué mes se vendieron más artículos rojos?
- g) ¿Cuántos artículos se vendieron en enero?

3.- En cada caso, escriba la matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ que satisfaga:

a) $a_{ij} = i + j$

b) $a_{ij} = i \cdot j$

4.- En cada caso, determine el valor de las incógnitas.

a) $\begin{pmatrix} -1 & x & 0 \\ -y & 4 & z-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & 2 & v \\ 2 & w & 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2x+y & 1 \\ 3x-y & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

5.- En cada caso, calcule $A + B$; $A - B$ y $3 \cdot A$.

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 0 & 8 & 6 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

6.- La matriz K muestra los pesos de cuatro hombres y cuatro mujeres al comienzo de una dieta ideada para perder peso. La matriz M muestra los pesos después de la dieta. Debemos considerar que la fila 1 representa el peso de los hombres y la fila 2 el peso de las mujeres.

$$K = \begin{pmatrix} 160 & 158 & 172 & 193 \\ 132 & 143 & 119 & 157 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 154 & 148 & 163 & 178 \\ 132 & 154 & 112 & 136 \end{pmatrix}$$

Muestre una operación entre matrices cuyo resultado proporcione los pesos que perdió cada una de las ocho personas con la dieta.

7.- En cada caso, calcule $A \cdot B$ y $B \cdot A$.

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

8.- Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcule, si es posible:

- | | | | |
|--------------|----------------|-------------------|------------|
| a) $C + E$ | b) $D - F$ | c) $A + B$ | d) $2A$ |
| e) $5D + 2F$ | f) BA | g) CE | h) AD |
| i) $AB - DF$ | j) FB | k) $(DF) \cdot A$ | l) $D + F$ |
| m) D_2 | n) $C_2 + E_2$ | | |

9.- En cada caso, calcule el determinante de la matriz dada.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} -1 & -7 & 9 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

e) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 10 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -9 \end{pmatrix}$

f) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 8 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

10.- Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones usando la Regla de Cramer.

a) $\begin{cases} 5x + y = 7 \\ 3x - 4y = 18 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 2y = 0 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 4x - 5y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + 2y - 5z = -8 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - 2y + z = -1 \\ x - 4y + z = -3 \\ 4x + 6y - z = 7 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x + 6y + 6z = 8 \\ 2x + 7y + 6z = 10 \\ 2x + 7y + 7z = 9 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 18 \\ x + 4y + 2z = -4 \\ 3x - 2y + z = 11 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ x - y + z = -2 \\ y + 4z = -6 \end{cases}$

k) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x + y + z = 10 \\ 2y + 3z = 8 \end{cases}$

l) $\begin{cases} y - z = -3 \\ 2x + 3z = 1 \\ x - 2z = 4 \end{cases}$

11.- Una fábrica de automóviles produce dos modelos, A y B . El modelo A requiere 1 hora de mano de obra para pintarlo y $1/2$ hora de mano de obra para pulirlo, el modelo B requiere de 1 hora de mano de obra para cada uno de los dos procesos. Durante cada hora que la línea de ensamblado está funcionando, existen 100 horas de mano de obra disponibles para pintura y 80 horas de mano de obra para pulirlo. ¿Cuántos automóviles de cada modelo pueden terminarse cada hora si se utilizan todas las horas de mano de obra?

12.- Una compañía produce tres artículos: A , B y C , que requiere se procesen en tres máquinas I, II y III. El tiempo en horas requerido para el procesamiento de cada producto por las tres máquinas está dado en la siguiente tabla:

	I	II	III
A	3	1	2
B	1	2	1
C	2	4	1

La máquina I está disponible 850 horas, la II durante 1200 horas, la III durante 550 horas. Encuentre cuántas unidades de cada artículo deben producirse para utilizar todo el tiempo disponible de las máquinas.

13.- Tres clases de boletos están disponibles para un concierto de Rock: Palco, Platea y Balcón. Los Boletos de Palco cuestan US\$2 más que los boletos de Platea, mientras que los boletos de Platea cuestan US\$1 más que los boletos de Balcón. El doble del costo de un boleto de Palco es US\$1 menos que 3 veces el costo de un boleto de Balcón. Encuentre el precio de cada clase de boleto.

14.- En cada caso, determine la matriz transpuesta de la matriz dada.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} & \text{b) } A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} & \text{c) } A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 0 \\ 8 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} & \text{d) } A = \begin{pmatrix} 9 & 2 & -2 \\ 0 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

15.- En cada caso, determine la Adjunta de la matriz dada.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} & \text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} & \text{c) } A = \begin{pmatrix} 5 & 21 \\ 11 & 31 \end{pmatrix} \\
 \text{d) } A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} & \text{e) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} &
 \end{array}$$

16.- En cada caso, determine la inversa de la matriz dada.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} & \text{b) } A = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} & \text{c) } A = \begin{pmatrix} 9 & 25 \\ 14 & 39 \end{pmatrix} \\
 \text{d) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 35 \end{pmatrix} & \text{e) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & -4 \\ 3 & 9 & 13 \end{pmatrix} & \text{e) } A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -16 \\ 1 & 1 & -6 \\ 1 & 2 & -14 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

17.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por medio de operaciones elementales.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \left. \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - 4z = 3 \\ -3x + 4y - z = -2 \end{array} \right| & \text{b) } \left. \begin{array}{l} x + 3y - z = -3 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \end{array} \right| & \text{c) } \left. \begin{array}{l} x + 3y - 3z = -5 \\ 2x - y + z = -3 \\ -6x + 3y + 3z = 4 \end{array} \right|
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{d) } \left. \begin{array}{l} a - b = -6 \\ b + c = 3 \\ c + 2d = 4 \\ 2a - 3d = 5 \end{array} \right| & \text{e) } \left. \begin{array}{l} 16x - 6y + 4z + t = -36 \\ x - 8y + z + t = -64 \\ 16x + 2y - 4z + t = -4 \\ 9x + 8y - 3z + t = -64 \end{array} \right| & \text{f) } \left. \begin{array}{l} 4x_1 + 12x_2 + 6x_3 + 8x_4 = -8 \\ -8x_1 - 6x_2 - 9x_3 + 6x_4 = -3 \\ 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -13 \\ -10x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 = -14 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Soluciones

1. a) A es de orden 2×3 B es de orden 1×5 C es de orden 2×2
 D es de orden 3×3 E es de orden 3×1 F es de orden 1×1

b) C, D y F

2. a) 7 b) 3 c) En Febrero. d) Modelo de lujo azul.

e) En Febrero. f) En febrero. g) 3

3. a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ 3. b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

4. a) $u = -1$ $x = 2$ $v = 0$ $y = -2$ $w = 4$ $z = 6$
b) $x = 1$ $y = 3$

5.- a) $A + B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$ $A - B = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ $3A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & 21 \end{pmatrix}$

b) $A + B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 8 & 3 & -6 \end{pmatrix}$ $A - B = \begin{pmatrix} 1 & -8 & 6 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ $3A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & 15 \\ 12 & 0 & -9 \end{pmatrix}$

c) $A + B = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 7 \\ 0 & 9 & 8 \\ 2 & -3 & 8 \end{pmatrix}$ $A - B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & -1 & -6 \end{pmatrix}$ $3A = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 18 \\ 0 & 24 & 18 \\ 3 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

6.- $K - M = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 9 & 15 \\ 0 & -11 & 7 & 21 \end{pmatrix}$

7.- a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 14 & 7 \\ 4 & 36 \end{pmatrix}$ $B \cdot A = \begin{pmatrix} 27 & 29 \\ 5 & 23 \end{pmatrix}$

b) $A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 2 \\ 8 & 22 & -13 \\ -2 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ $B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -17 \\ 13 & 10 & 3 \\ 1 & -3 & 18 \end{pmatrix}$

8.-

a) $\begin{pmatrix} 5 & -5 & 8 \\ 4 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ c) No existe d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 17 & -8 \\ 10 & 27 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 10 \\ 7 & 8 & 17 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 15 & -7 & 14 \\ 23 & -5 & 29 \\ 13 & -1 & 17 \end{pmatrix}$ h) No existe i) $\begin{pmatrix} 11 & 7 \\ 14 & 2 \end{pmatrix}$ j) No existe

k) $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 13 \\ 16 & 11 & 34 \end{pmatrix}$ l) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ m) $\begin{pmatrix} 5 & -16 \\ 16 & 21 \end{pmatrix}$ n) $\begin{pmatrix} 30 & -3 & 12 \\ 38 & 11 & 40 \\ 25 & -6 & 44 \end{pmatrix}$

9.- a) - 8 b) 22 c) 29 d) - 50 e) 0 f) 88

10.- a) $x=2$ $y=-3$ b) $x=1$ $y=1$ c) $x=\frac{3}{5}$ $y=-\frac{38}{25}$

d) $x=0$ $y=0$ e) $x=\frac{16}{19}$ $y=\frac{14}{19}$ f) $x=1$ $y=2$ $z=3$

g) $x=\frac{1}{2}$ $y=\frac{3}{4}$ $z=-\frac{1}{2}$ h) $x=1$ $y=2$ $z=-1$ i) $x=2$ $y=-2$ $z=1$

j) $x=\frac{39}{17}$ $y=\frac{38}{17}$ $z=-\frac{35}{17}$ k) $x=\frac{61}{7}$ $y=-\frac{29}{7}$ $z=\frac{38}{7}$ l) $x=2$ $y=-4$ $z=-1$

11.- 40 del modelo A, 60 del modelo B.

12.- 100 unidades de A, 150 unidades de B y 200 unidades de C.

13.- Palco US\$10; Platea US\$8; Balcón US\$7.

14.- a) $A' = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $A' = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ c) $A' = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 8 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ d) $A' = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & -1 \\ -2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

15.- a) $adjA = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ b) $adjA = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ c) $adjA = \begin{pmatrix} 31 & -21 \\ -11 & 5 \end{pmatrix}$

d) $adjA = \begin{pmatrix} 18 & -14 & -6 \\ -3 & 1 & 1 \\ -29 & 23 & 7 \end{pmatrix}$ e) $adjA = \begin{pmatrix} 9 & 33 & -3 \\ -3 & -11 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

16.- a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{7}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$ c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 39 & -25 \\ -14 & 9 \end{pmatrix}$

d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 137 & -\frac{101}{2} & -7 \\ -20 & \frac{15}{2} & 1 \\ -19 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ e) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{19}{3} & -\frac{1}{6} & -2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ f) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -1 \\ 4 & -13 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{13}{2} & 0 \end{pmatrix}$

17.- a) (4,3,2) b) (-2,1,4) c) $\left(-2, -\frac{11}{6}, -\frac{5}{6}\right)$

d) $a=31; b=37; c=-34; d=19$ e) (4,-4,-8,-92) f) $x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = -4; x_3 = 3; x_4 = 2$